

Serie: Tesis de Posgrado  
e-Book

# CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

DESARROLLO PROFESIONAL EN ESCENARIOS  
DE MODELIZACIÓN MATEMÁTICA:  
VOCES Y SENTIDOS

**Cristina Beatriz Esteley**

Esta tesis se plantea como búsqueda de respuestas a tres preguntas relacionadas con sentidos atribuidos por tres profesoras de matemática en escenarios de modelización, privilegiando sus voces (Bajtín, 1999, 2000; Britzman, 2003, Bubnova, 2006) y enfatizando la relación experiencia/sentido (Larrosa; 2006). Las preguntas a partir de las cuales se plantea la investigación recuperan voces que hablan de sentidos atribuidos a currículum (Alterman, 2009), TIC (Borba & Villarreal, 2005) y relaciones interpersonales. Tales voces se constituyeron en Experiencia 2004, un espacio de desarrollo profesional (Ponte, 2001; Bicudo, 2003b; Fiorentini et al, 2005; Passo et al, 2006; Even & Ball, 2009), en el que se puso en juego una práctica docente innovadora focalizada en la modelización matemática como abordaje pedagógico (Bassanezi, 2002; Borba & Villarreal, 2005, Villarreal et al. 2010). Dada la naturaleza de las preguntas planteadas y el interés por significar es que opto por un diseño naturalista (Lincoln & Guba, 1985). Particularmente recorro a un estudio de casos focalizando la problemática planteada en las tres docentes de nivel medio que pusieron en aula escenarios de modelización (Stake, 1998, Ponte, 2006) durante Experiencia 2004. Las principales fuentes de datos para este estudio provienen de entrevistas semi-estructuradas realizadas a las profesoras, interacciones vía e-mail y documentos relacionados con Experiencia 2004. Del análisis de las voces de las profesoras podría señalar que, en escenarios de modelización, el currículum, las TIC y las relaciones interpersonales se constituyen en un entramado el que es posible identificar al currículum como situado y como ente que integra contenidos, sentidos y voces. Las TIC emergen como respuestas a nuevas actividades y, las interacciones con ellas permiten la emergencia de nuevos conocimientos y otras prácticas. Y las relaciones interpersonales surgen como condición necesaria para sostener el escenario de modelización.

**DESARROLLO PROFESIONAL EN ESCENARIOS DE  
MODELIZACIÓN MATEMÁTICA:  
VOCES Y SENTIDOS**

Cristina Esteley

Esteley, Cristina Beatriz

Desarrollo profesional en escenarios de modelización matemática: voces y sentidos. - 1a ed. - Córdoba: Universidad Nacional de Córdoba, 2014.

E-Book.

**ISBN 978-950-33-1134-9**

1. Matemática. 2. Formación Profesional. 3. Enseñanza Universitaria. I. Título  
CDD 510.711

Fecha de catalogación: 11/08/2014

Diagramación: Noelia García

Diseño de portada: Manuel Coll



Desarrollo profesional en escenarios de modelización matemática: voces y sentidos

Por CRISTINA BEATRIZ ESTELEY se encuentra bajo una

[Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 3.0 Unported.](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/)

Facultad de Filosofía y Humanidades

Decano Dr. Diego Tatián

Vicedecana Dra. Beatriz Bixio

Editorial / Secretaría de Investigación, Ciencia y Técnica

Dra. Jaqueline Vassallo

Serie Tesis de Posgrado

Comité editorial:

Dr. Carlos Martínez Ruiz

Dra. María del Carmen Lorenzatti

Dra. Bibiana Eguía

Lic. Isabel Castro



A mi esposo Raúl, a mis hijos Nicolás y Ana Laura por el cariño, respeto, comprensión y buen humor con que me vienen acompañando y asombrando día a día. Los tres siempre pudieron encontrar el gesto, el afecto o la sonrisa para que yo pudiese sortear el desafío de escribir esta tesis.

A mis padres y mis seis hermanos con quienes compartí tantas mesas, cuadernos y libros.

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco a todos aquellos que de un modo u otro me han acompañado y apoyado para pensar, escribir, analizar, repensar y reescribir este texto que intenta colocar una mirada hacia el interior de las aulas.

Debo un especial agradecimiento a mi directora de tesis, Dra. Mónica Villarreal, por haber realizado importantes aportes y sugerencias que siempre resultaron oportunas y valiosas. Mi agradecimiento a ella por sus indicaciones siempre respetuosas y cuidadas, por acompañarme, estimularme y apoyarme en este trabajo. Agradezco también a Mónica Villarreal quien supo hacer el esfuerzo por dirigirme sin dejar de ser la amiga con quien comparto ideales.

Un agradecimiento muy particular y lleno de afecto va para las profesoras Isabel, Analía y María por haber ofrecido sus voces sin las cuales esta tesis no hubiese sido posible. Debo agradecerles el tiempo, el afecto y la disposición con que leyeron mi versión de sus prácticas docentes. A Isabel, gracias por tantas escuchas a mis inquietudes, a Analía, gracias por contribuir con mis interpretaciones, a María gracias por las sugerencias. A las tres, gracias por la confianza.

Agradezco a la Magíster Nora Alterman por las oportunas sugerencias y aportes que me ayudaron a pensar ideas relacionadas con currículum. Mis agradecimientos también van para ella y la Profesora Nancy Aquino quienes juntas fueron presentándome cuestiones que me ayudaron a rever mis ideas y avanzar.

Agradezco a Ricardo Juan, José Vargas y Raquel Abrate con quienes compartí algunas discusiones en el ámbito de la Universidad Nacional de Villa María. Ellos supieron darme aliento y valorar mi trabajo.

Mi agradecimiento va para la Dra. Estela Miranda, el equipo de trabajo del Programa de Doctorado Personalizado de la Escuela de Ciencias de la Educación y el personal de la Secretaría de Posgrado de la Facultad de Filosofía y Humanidades de la Universidad Nacional de Córdoba (UNC). Agradezco a todos no sólo por el apoyo recibido sino por la apertura mostrada hacia quienes trabajamos en áreas de conocimientos tan específicas como lo es la Educación Matemática.

Agradezco a todos aquellos que sostienen e impulsan el Programa de Centros Asociados de Posgrados (CAPG-BA) entre la Facultad de Educación de la Universidad Estadual de Campinas (UNICAMP) y la Facultad de Filosofía y Humanidades de la UNC. Por medio de dicho programa pude participar de una fructífera Misión de Estudio en UNICAMP.



Mis reconocimientos van para el Profesor Dr. Darío Fiorentini, la Profesora Dra. Dione Lucchesi de Carvalho y los colegas del grupo Práctica Pedagógica em Matemática de la Facultad de Educación de la UNICAMP. Luego de mis interacciones con ellos redimensioné mi estudio y ahondé el sentido de lo que significa una investigación relacionada con el Desarrollo Profesional de Profesores de Matemática.

Debo un agradecimiento particular al Dr. Darío Fiorentini por la calidez de su acompañamiento en mi estadía en UNICAMP, por la bibliografía sugerida, por sus indicaciones y escucha atenta a mis dudas.

Agradezco a los profesores del Grupo de los Sábados (UNICAMP) por mostrarme un modo de trabajar colaborativamente.

Mi reconocimiento a la Dra. Miriam Penteado y la Dra. Rosana Miskulin del Grupo de Pesquisa em Formação de Professores de la Universidad Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho” (Campus Río Claro, SP, Brasil) por los aportes realizados para mi estudio y haber posibilitado mi interacción con alumnos de un colegio público de Río Claro.

Agradezco al Profesor Dr. Ole Skovsmose (Universidad de Aalborg, Dinamarca) y profesor visitante de la Universidad Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho” (Campus Río Claro) por las sugerencias ofrecidas para mi trabajo.

Agradezco al Profesor Dr. Marcelo Borba por su disposición de ayuda y apoyo.

# TABLA DE CONTENIDOS

## **INTRODUCCIÓN / 1**

### **CAPÍTULO I. UNA NARRATIVA DE FORMACIÓN /8**

1. Introducción / 8
2. Cambios y Continuidades / 9
3. Modelos Dicotómicos y Constitución de Identidad / 10
4. Reconocimiento de la Educación Matemática como Campo de Investigación / 15
5. Acciones como Educadora Matemática / 17
6. La Tesis como Emergente en un Espacio de Desarrollo Profesional / 19

### **CAPÍTULO II. DESARROLLO PROFESIONAL EN ESCENARIOS DE MODELIZACIÓN / 22**

1. Introducción / 22
2. Desarrollo de Profesores de Matemática: Algunas Preguntas y Posibles Respuestas / 23
  - 2.1. La Educación de Profesores de Matemática como Área de Investigación / 24
    - 2.1.1. Primer Momento: Los Educadores Matemáticos Imprimen los Primeros Impulsos Bajo una Particular Noción de Formación / 27
    - 2.1.2. Segundo Momento: Expansión del Área, Emergencia y Caracterización de la Noción de Desarrollo Profesional / 29
    - 2.1.3. Tercer Momento: Comprensión del Estado del Arte y una Mayor Delimitación de Ideas / 32
  - 2.2. ¿Qué Significa Hoy Hablar de Desarrollo Profesional o Formación? / 41
  - 2.3. Algunas Contribuciones: Trabajo Colaborativo, Actividades que Promuevan Aprendizaje en y para la Práctica y Comunidades de Aprendizaje / 45
  - 2.4. Una Mirada Local en Perspectiva / 46
3. Las Investigaciones Centradas en la Educación de Profesores que Ponen en Juego Actividades Vinculadas con la Modelización Matemática / 48
  - 3.1. Contexto de Emergencia / 49
  - 3.2. Perspectivas Relacionadas con la Modelización, Sus Vínculos con las Aplicaciones y la Resolución de Problemas / 51
  - 3.3. Tipos de Estudios que Prevalecen y Sus Centros de Discusión / 56
  - 3.4. Las Voces Provenientes del Área de Investigación Preocupada por la Educación de Profesores y la Formación de Profesores con Actividades de Modelización / 61
  - 3.5. Una Mirada del Panorama Local / 62
4. A Modo de Cierre / 64

### **CAPÍTULO III. ASPECTOS METODOLÓGICOS / 66**

1. Opción Metodológica / 66
2. Fuentes de Datos y Procedimientos / 68
3. Interpretación, Opciones y Objetivación / 70

## **CAPÍTULO IV. TERRENOS, ESCENARIOS Y VIVENCIAS DE EXPERIENCIA 2004 / 73**

1. Contexto, Terreno y Escenario / 73
2. El Desafío de Narrar Experiencia 2004 / 75
3. Experiencia Vivida y Tiempos Vividos / 76
4. Propósitos y Fases en Experiencia 2004 / 77
  - 4.1. Primera Fase: Encuentro y Producción de un Proyecto / 79
  - 4.2. Segunda Fase: Profundización, Planificación y Montaje de Escenarios de Modelización Matemática en Aula / 87
    - 4.2.1. Profundización de los Sustentos Teóricos y Emergencia de Herramientas para Planificar y Pensar / 88
    - 4.2.2. Planificar para el Aula / 94
    - 4.2.3. Escenarios Montados en Aula: Generalidades y Particularidades / 100
      - 4.2.3.1. Terrenos y Escenarios para Quinto Año / 103
      - 4.2.3.2. Terreno y Escenario para Primer Año / 117
  - 4.3. Tercera Fase: Comunicación y Nuevos Problemas / 130
5. A Modo de Cierre / 133

## **CAPÍTULO V. VOCES Y TECNOLOGÍAS / 134**

1. Introducción / 134
2. Sentidos Atribuidos a Voz / 135
3. Voz y Representación: Posibilidad de Ser Escuchado / 137
4. Voz como Metáfora / 138
5. Voz en esta Tesis / 146
6. Humanos-con-Medios / 146

## **CAPÍTULO VI. VOCES QUE NOS HABLAN DE CURRÍCULUM, TIC Y RELACIONES INTERPERSONALES / 148**

1. Introducción / 148
2. El Caso Isabel / 151
  - 2.1. Una Trayectoria / 151
  - 2.2. El Currículum / 153
  - 2.3. Las TIC / 157
  - 2.4. Las Relaciones Interpersonales / 161
    - 2.4.1. Interrelación Docente-Alumnas / 161
    - 2.4.2. Interrelaciones Docente-Docentes y Nuevas Interrelaciones / 163
    - 2.4.3. Interrelación Docente-Responsable / 165
    - 2.4.4. A Modo de Cierre / 165
3. El Caso Analía / 167
  - 3.1. Una Trayectoria / 167
  - 3.2. El Currículum / 169
  - 3.3. Las TIC / 173

3.4. Las Relaciones Interpersonales /	175
3.4.1. Interrelaciones Docente-Alumnos /	175
3.4.2. Interrelaciones Docente-Docentes y Nuevas Interrelaciones /	176
3.4.3. Interrelaciones Docente-Responsable /	179
3.5. A Modo de Cierre /	179
4. El Caso María /	181
4.1. Una Trayectoria /	181
4.2. El Currículum /	183
4.3. Las TIC /	188
4.4. Las Relaciones Interpersonales /	194
4.4.1. Interrelación Docente-Alumnos /	194
4.4.2. Interrelaciones Docente-Docentes y Nuevas Interrelaciones/	195
4.4.3. Interrelaciones Docente-Responsable /	198
4.5. A Modo de Cierre /	199
5. Discusión /	201
5.1. El Currículum es Situado e Integra Contenidos, Sentidos y Voces /	202
5.2. Las TIC como Respuestas a Nuevas Actividades y la Emergencia de Nuevos Conocimientos y Prácticas/	206
5.3. Las Relaciones Interpersonales como Necesarias para Sostener el Escenario /	211

## **CAPÍTULO VII. CONSIDERACIONES FINALES / 214**

A Modo de Cierre / 217

## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS / 221**

## **ANEXO / 233**

Varias disciplinas pueden contribuir con una teoría de la relación con el saber. Cada una elegirá su entrada pero todas deben conservar el horizonte del conjunto de datos del problema. Cualquiera que sea la disciplina debe tener en cuenta:

- un sujeto;
- en relación con otros sujetos;
- atrapado en la dinámica del deseo,
- hablando;
- actuando;
- construyéndose en una historia, articulada sobre la de una familia, de una sociedad, la de la especie humana misma;
- comprometido en un mundo donde ocupa una posición, y donde se inscribe en relaciones sociales

Bernard Charlot (2007, p. 142)

## INTRODUCCIÓN

---

*La separación académica entre teoría y práctica es otra manifestación de la fragmentación entre el conocimiento y la experiencia vivida. Sin embargo, este dualismo puede ser transformado dialógicamente si planteamos preguntas acerca de la teoría que incluyan voces y experiencias de las prácticas (Britzman, 2003, p. 64).*

El filósofo español Jorge Larrosa (1996), puntualiza que la educación ha estado siendo mirada prevalentemente a partir de los pares “teoría/práctica” y “ciencia/tecnología”. Ante esta situación él sugiere incorporar el par “experiencia/sentido” como otra manera de pensar la educación. Larrosa realiza esta propuesta pensando en contribuir con otro punto de vista, como una forma diferente de llamar la atención sobre otros aspectos de lo educativo, como otro modo de pensar y decir. Sólo otro punto de vista, ni mejor ni peor que los otros dos.

Por la naturaleza de las preguntas que planteo en la tesis, la misma, está pensada principalmente desde el par *experiencia / sentido* focalizándose en las voces (Bajtín, 1999, 2000; Britzman, 2003; Bubnova, 2006) de tres profesoras de matemática. Las voces que aquí se presentan, se cargaron de sentido en un espacio de desarrollo profesional (Ponte, 1998, 2001) y dan cuenta de las prácticas de las profesoras al participar de una experiencia colaborativa e innovadora que permitió montar un escenario de modelización matemática<sup>1</sup> en tres escuelas de la ciudad de Córdoba durante el año lectivo 2004<sup>2</sup>. La modelización matemática como abordaje pedagógico se refiere básicamente al trabajo con modelos matemáticos en el aula e intenta reproducir en las mismas, las actividades de la comunidad matemática

---

1 La noción de escenario de modelización se precisará con detalles en el Capítulo IV.

2 El proyecto mencionado fue subsidiado por la ex Agencia Córdoba Ciencia en el marco del programa: “Proyectos de Trasferencias de Investigaciones Educativas al Aula” (convenio de cooperación institucional firmado por el Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba, la Agencia Córdoba Ciencia Sociedad del Estado, la Universidad Nacional de Córdoba y la Academia Nacional de Ciencias).

privilegiando la relación mundo exterior-matemática (Borba et al., 1999a, 1999b y Biembengut & Hein, 1999)

Si bien la tesis busca colocar en primer plano las voces de tres profesoras en particular, con ellas se exploran aspectos más generales relacionados con la constitución del profesor como tal. En este sentido, el trabajo se enmarca, en términos generales, en la temática relacionada con el desarrollo profesional de profesores de matemática (Ponte, 2001 Bicudo, 2003b; Fiorentini et al, 2005; Passo et al, 2006; Even & Ball, 2009), más particularmente, con el desarrollo profesional en y para la práctica de profesores en servicio en el nivel medio de enseñanza cuando esa práctica se involucra con la modelización matemática.

El escenario de modelización al que hago referencia antes, emerge en el año 2003 como una propuesta elaborada a partir de interacciones entre tres profesoras del nivel medio: Isabel, Analía y María<sup>3</sup> y una docente universitaria<sup>4</sup>, quien se desempeñó como responsable de la propuesta. Tal proyecto se planteó con los objetivos de: a) crear un escenario pedagógico compatible con procesos de modelización matemática y b) sustentar el desarrollo profesional de las cuatro participantes. El mismo fue acompañado de una actitud crítica y reflexiva sobre la práctica profesional pero, sin propósitos investigativos. En el año 2004 se concretizó y ejecutó el proyecto en aula mientras que entre 2004 y 2005 se producen escritos para acompañar la puesta en aula o para comunicar a otros colegas lo ocurrido en ella. Todo lo acontecido entre 2003 y 2005 constituyó el espacio de desarrollo profesional.

Durante el proceso de desarrollo, implementación en aula, análisis y comunicación las tres docentes de nivel medio, apelaron a un conjunto de acciones y recursos propios de su práctica profesional. De la gran diversidad de acciones y recursos que se hicieron presentes en el entorno de la experiencia, con esta tesis busco presentar, analizar, comprender e interpretar voces que hablan de diseño curricular, nuevas tecnologías y relaciones interpersonales.

---

3 Isabel, Analía y María son los nombres verdaderos de las profesoras. La decisión de identificar a las profesoras con sus nombres verdaderos fue consensuada con las tres profesoras y se decide mantenerlos como modo de reconocer el trabajo realizado por ellas.

4 La docente de universidad a la que se hace referencia aquí es quien escribe esta tesis. En ese sentido cada vez que quiera indicar algo expresado por mí en el contexto de la experiencia innovadora lo haré designándome como responsable o Cristina según corresponda.

A lo largo de la investigación desarrollada con la tesis, la puesta en aula de proyectos de modelización y la experiencia de desarrollo profesional son deconstruidas. Esta deconstrucción<sup>5</sup> posibilita la redefinición o emergencia de nociones necesarias para el análisis e interpretación. Algunas de ellas tales como, escenario; modelización matemática; escenarios de modelización; voces; formación; desarrollo profesional, son de especial interés para el estudio. En este proceso de indagación, la práctica de aula se va a reconocer como escenario de modelización mientras que la experiencia de desarrollo profesional, acontecida entre 2003 y 2005, se va a designar como *Experiencia 2004*.

Al montar y poner en juego en aula un escenario de modelización matemática, bajo *Experiencia 2004*, cabe preguntar:

1. ¿Cómo resignifican Isabel, Analía y María su visión de organización curricular?
2. ¿Qué sentido y rol le adjudican, las docentes, a las nuevas tecnologías?
3. ¿Qué particularidades adquieren las reconstrucciones correspondientes a las relaciones entre los pares, docente-alumno, docente-docente o, docente-responsable-? y, ¿cómo esas particularidades dan sentido a las interacciones entre los tres pares?

Para responder a estas preguntas apelo a un diseño de investigación naturalista (Lincoln & Guba, 1985) particularizado en un estudio de casos (Stake, 1998, Ponte, 2006). Se trabaja con tres casos constituidos cada uno de ellos por los sentidos atribuidos por cada una de las tres profesoras. Al focalizar en atribución de sentidos, el conjunto de datos principales proviene de entrevistas realizadas a las tres profesoras aunque luego se hacen interactuar con otros datos provenientes de *Experiencia 2004*.

Es importante notar que, salvo algunas nociones básicas sobre formación de profesores o desarrollo profesional y modelización matemática, no parto de un marco teórico prefijado sino que opto por un diseño en el que las principales

---

5 Por deconstrucción interpreto la acción de desarmar analíticamente lo acontecido y por medio de esa acción busco poner en evidencia lógicas y sentidos que subyacen en el ente desarmado.



nociones teóricas emergen según las cuestiones empíricas que se ponen en juego y los objetivos de la investigación.

Las principales nociones teóricas, emergentes en la tesis, que se profundizan son las de: “*desarrollo profesional*” (Bicudo, 2003b; Fiorentini et al, 2005; Passo et al, 2006; Ponte, 2008, Even & Ball, 2009 y Richit, 2010), “*voz*” (Bajtín, 1999, 2000; Britzman, 2003; Bubnova, 2006) y “*humanos-con-medios*” (Borba & Villarreal, 2005).

Precisamente, tomando aportes de Bajtín, reconozco que, en la tesis, en polifonía (Bajtín, 1999, 2000) con otras voces, se pondrá en evidencia mi propia voz como investigadora. De este modo, se hace necesario transparentar la constitución de mi propia voz. Es así que, el *primer Capítulo* (Una Narrativa de Formación) de la tesis es una breve narrativa de mi trayectoria de formación. Opto por un texto narrativo pues, como lo indica Larrosa (1996, 2006), la narrativa es un modo de reflexionar y relatar la experiencia produciendo sentido a lo que somos, a lo que pensamos o sentimos y cómo nos vamos constituyendo a lo largo de la vida. En ese sentido un texto narrativo es el que mejor permite evidenciar al par “*experiencia/sentido*”.

Con la tesis se pone en juego una indagación que particulariza en sentidos y desarrollo profesional de profesores cuando la modelización matemática entra al aula, sin embargo dicha particularidad puede ser comprendida y enriquecida cuando la particularidad es contrastada o iluminada desde las investigaciones relacionadas con el desarrollo de profesores de matemática en general. En este sentido, para situar y contrastar el alcance de los resultados de la tesis, en el *segundo Capítulo* (Desarrollo Profesional en Escenarios de Modelización) realizo primero una revisión de la literatura relacionada con el desarrollo profesional de profesores de matemática en general, para luego particularizar en la problemática del desarrollo del profesor cuando en ese proceso entra en escena la modelización matemática. La revisión de la literatura me permite reconocer los principales momentos que ha transitado el área de investigación interesada en la formación de profesores. A partir de ese devenir del área reconozco la evolución de las principales preocupaciones y modos de indagar de la comunidad internacional y los temas actuales de investigación. Apelando al análisis de la literatura del área, reviso las nociones de formación y desarrollo profesional relacionadas con profesores de matemática. Analizo el proceso en el que ambos términos emergen en el campo, la impronta que

han tenido y tienen los cambios curriculares respecto de la formación de profesores y las visiones asociadas a esta. Exploro divergencias y convergencias entre los sentidos atribuidos a formación y desarrollo profesional para luego llegar a delimitar la visión de formación que pondré en juego en proceso de análisis e interpretación de los resultados de la tesis o de otros trabajos vinculados. Presento también algunas contribuciones relacionadas con la formación de profesores de matemática en Argentina. La revisión de la literatura relacionada con la formación de profesores en escenarios de modelización la organizo de modo tal que me permite presentar el contexto de emergencia de tales investigaciones, visiones vinculadas con la modelización matemática y sus conexiones con la resolución de problemas y las implicancias de tales visiones para las indagaciones. Analizo algunas contribuciones particulares y las vinculo con la formación de profesores de matemática en general. Cierro este capítulo recobrando producciones locales y ubicando la tesis en un marco que recupera el hecho local pero que permite y analizar y contrastar los resultados en una perspectiva que trasciende lo local.

En el *tercer Capítulo* (Aspectos Metodológicos) presento y discuto algunas características de la opción metodológica permeada por las voces de algunos de sus precursores; se describen los procedimientos seguidos para la recolección, análisis e interpretación de los datos. Especifico las ideas esenciales sobre las cuales resulta fundamental profundizar o sobre aquellas que es necesario crear para luego emplearlas en los procesos de análisis e interpretación de los datos recogidos.

En el *cuarto capítulo* (Terrenos, Escenarios y Vivencias de *Experiencia 2004*) narro *Experiencia 2004* poniendo en evidencia un movimiento hacia el interior y exterior de la experiencia (Clandinin & Connelly, 2004). Tomo la temporalidad como recurso que me permite organizar la narrativa de *Experiencia 2004* y para esto delimito el sentido que le atribuyo al tiempo. El recurso de la temporalidad me permite reconocer tres fases en la constitución de *Experiencia 2004* y centrar el relato en torno a ellas. En cada fase identifiqué situaciones, acciones e interacciones relacionadas con las puestas en aula y ofrezco ejemplos para ilustrar de alguna manera lo acontecido. A medida que se transita por cada una de las fases procuro destacar a los sujetos como personas viviendo historias en un entorno con historia. En este capítulo delimito la noción de contexto, terreno y escenario tomando aportes de Lave (1991), caracterizo los procesos de modelización matemática y desarrollo

profesional acorde a los modos en que fueron considerados en 2004 y propongo una noción de escenario de modelización.

Si bien, ya desde esta introducción, la palabra voz o voces se va haciendo presente en el texto, es recién en el *quinto Capítulo (Voces y Tecnología)* donde se carga de sentido a tal expresión. Para ello, discuto aportes de Bajtín y Britzman, entre otros, para comprender y situar el sentido dado a voz. Introduzco el constructo “*humanos-con-medios*” (Borba & Villarreal, 2005), el cual reconoce como sujeto epistémico al sujeto con el medio como unidad indisoluble en el proceso de construcción de conocimiento. Esta idea me posibilita luego discutir los sentidos atribuidos por las profesoras a las tecnologías. Finalmente exploro compatibilidades e interacciones posibles entre las nociones de voz y humanos-con-medios. Ambos conceptos y su interrelación se privilegian a lo largo de toda la tesis como herramientas que permiten el análisis e interpretación.

El *sexto Capítulo (Voces que nos hablan de Currículum, TIC y Relaciones Interpersonales)* está organizado alrededor de cinco secciones. En la primera sección se introducen brevemente las herramientas analíticas que acompañan el análisis e interpretación de los sentidos atribuidos por las profesoras a currículum, tecnologías y relaciones interpersonales. Preciso la visión de currículum y las claves de análisis del currículum escolar tomando principalmente los aportes de Alterman (2008, 2009). Recuerdo que el constructo de humanos-con-medios (Borba & Villarreal, 2005) discutido en Capítulo IV es el instrumento de análisis de los sentidos relacionados con la tecnología. Ubico el sentido otorgado a las interrelaciones personales en la tesis, sin acompañarlo de un discurso teórico con el propósito de atender a la relación experiencia/sentido acorde a lo discutido por Larrosa (2006) y para enfatizar el aspecto vivencial, dialógico y social de la actividad docente sin atraparlo o constreñirlo. En las secciones 2, 3 y 4 coloco la mirada y la escucha en las voces de las profesoras, las tres protagonistas principales de la tesis. Las voces se recuperan de las interacciones sostenidas durante *Experiencia 2004*, de entrevistas especialmente diseñadas y mantenidas con las profesoras entre 2008 y 2009 o de otras interacciones organizadas durante el proceso de contrastación (Lincoln & Guba, 1985). Cada caso se introduce con una breve reseña de trayectoria de formación de las profesoras, traigo sus voces relativas a currículum, tecnología y relaciones interpersonales y reflexiono luego con y sobre las mismas. Cierro cada

caso con una mirada relativa al estado actual de sus caminos de formación en desarrollo. La última sección de este capítulo ofrece un análisis de los sentidos atribuidos por las profesoras, análisis en el que intento producir un entramado compuesto por voces de los autores, de las profesoras y por mi propia voz.

Con el *séptimo Capítulo* (Consideraciones Finales) cierro la tesis con un conjunto de conclusiones y reflexiones relacionadas con la investigación y a partir de ello, en diálogo con otros autores, dejo abiertas algunas perspectivas relacionadas con la temática de desarrollo o formación de profesores de matemática. Avanzo también sobre algunas reflexiones relacionadas con inquietudes referidas a los procedimientos metodológicos puestos en juego en la investigación.

El texto final termina siendo un entramado de voces cuya urdimbre es constituida por las voces de las docentes, las voces presentes en la bibliografía y la voz de la investigadora.

# CAPÍTULO I

## UNA NARRATIVA DE FORMACIÓN

---

*Para poder vivir y actuar debo estar no-consumado, necesito permanecer abierto para mí mismo- por lo menos en todos los momentos esenciales que constituyen mi vida; yo debo ser, para mí mismo, alguien que axiológicamente todavía está por ser, alguien que no coincide con su conformación ya existente. (Bajtín, 1999, p.13)*

### 1. Introducción

Como se señala en la Introducción, esta tesis se focaliza en voces vinculadas con prácticas profesionales de profesores, al transitar por un espacio de formación con escenarios de modelización en aula. Dichas voces se recuperan en un proceso analítico e interpretativo. De este modo, las voces originales en polifonía con otras voces, tales como la del investigador o las presentes en la literatura, se van constituyendo en una nueva voz (Bajtín, 1999; Britzman, 2003). Voz que se materializa en la tesis.

La voz representa enunciado, palabra cargada de sentido. El sentido se carga en la alternancia de enunciados interactuando con otros y en contexto. En consecuencia, en la comunicación discursiva que se plantea en una tesis, la palabra de quien escribe, puede entenderse como eco de las palabras de otros o compenetrada de su propia expresividad. Es así que, comprender enunciados de quien escribe, significa orientarse con respecto a él, encontrar el lugar apropiado para él, el entorno en que atribuye sentidos (Bajtín, 1999 y 2000).

Probablemente, un modo de contribuir para la comprensión de mi escrito es acercar los múltiples ambientes que fueron acompañando mi trayectoria de formación y constitución como educadora que, privilegió primero la Matemática como medio para contribuir a la educación de jóvenes y, luego la Educación Matemática,

como campo de investigación, para interactuar con otros profesores sin perder de vista la educación de jóvenes por medio de la matemática.

En el proceso de producción y escritura de la tesis, estuve dialogando con autores y las voces de las profesoras, ello me permitió resignificar mi propia historia de formación.

## **2. Cambios y Continuidades**

Hoy podría decir que mi historia de formación es una historia de conflictos con cambios y continuidades. Como diría Hannah Arendt<sup>6</sup>, es una historia en la que se evidencia crisis. La solución a algunas cuestiones que emergían en mi entorno, se resolvieron, casi siempre, cambiando instituciones educativas y manteniendo amigos, afectos, conocimientos, y algunos ideales. Hoy, gracias al aporte de autores y mis propias vivencias, sé que el conflicto y la crisis son constitutivos del llegar a ser y están presentes también en cada interacción educativa. Después de todo, el aula no puede dejar de reflejar lo que ocurre en la sociedad o en cada uno de los alumnos o profesores que viven el día a día en sociedades pobladas de conflictos.

En búsqueda de una mejor opción educativa, en mi primario, pasé de una pequeña escuela parroquial de barrio, a la ex “Escuela Alberdi”, institución emblemática para la ciudad de Córdoba. El bellissimo edificio de tal escuela pública, construido a principios del siglo XX, se encuentra en pleno centro de la ciudad. Recuerdo que yo lo veía como una “enorme escuela de dos plantas” con unas hermosas escaleras y galerías, ideal para jugar. Aunque en el cambio me acompañó mi hermana menor y otras amigas, tuve que buscar mi propio espacio ya que a dicha escuela concurrían estudiantes de diferentes zonas de la ciudad y la diversidad era evidente por ella misma. La escuela era casi la ciudad.

Finalizada la escuela primaria, inicié el secundario en la “Escuela Normal de Profesores Alejandro Carbó”. Para ingresar había que rendir un examen, que no me produjo conflicto. El edificio del colegio era grande, ubicado lejos de mi casa y se

---

<sup>6</sup> “Hanna Arendt, contemporánea de Adorno, usa el término crisis en el sentido ordinario: como conflicto de continuidades y diferencias” (Britzman, 2003, p. 8)

caracterizaba también por la diversidad, pero todo eso ya había pasado a formar parte del estar en la escuela para mí. Por razones de salud, dejé el Carbó y cambié a una escuela más pequeña próxima a mi casa. Mi hermana y algunas amigas quedaron en el Carbó, pero yo me reencontré con otras antiguas compañeras. En el último año del secundario me perfilaba como tranquila pero un tanto rebelde y con gusto por la lectura. Creo que en parte, con mis lecturas buscaba modelos para contrastar mis propios deseos como mujer y como futura trabajadora.

Al finalizar el secundario decidí estudiar la Licenciatura en Matemática en el ex Instituto de Matemática, Astronomía y Física (IMAF), actual Facultad de Matemática, Astronomía y Física (FaMAF) de la Universidad Nacional de Córdoba (UNC). En marzo de 1976, año que debería haber cursado materias de cuarto año, el país vive uno de los golpes de estado más crueles de nuestra historia. Este hecho me encuentra en crisis ideológica y vocacional y decido dejar de cursar la licenciatura. Una de mis tristezas era irme y dejar a mi compañera de estudio Ángela, no sólo porque extrañaríamos ambas nuestros modos de reírnos un poco del conocimiento condensado y distante de algunos libros de Matemática, sino porque ella quedaría sola con nuestros otros dos compañeros de clases con quienes poco nos unía. Porque claro, ya en segundo año éramos sólo cuatro alumnos cursando la Licenciatura en Matemática. Debo decir que los tres años de permanencia en IMAF, fueron intensos académica, política y afectivamente. Tres aspectos que ya no podría disociar. Mi paso por esta institución marcó profundamente mi relación con el conocimiento y la vida.

El escenario en el que se produce el cambio, vino acompañado de más pérdidas que de continuidades. Implicó no sólo dejar una institución, sino también perder a muchos amigos, algunos de ellos, para siempre.

### **3. Modelos Dicotómicos y Constitución de Identidad.**

Estuve un año sin estudiar, pero al siguiente decidí iniciar el profesorado en Matemática. En aquellos momentos, la UNC no contaba con un Profesorado en Matemática. Decidí entonces cursar el Profesorado en Matemática, Física y Cosmografía en el Instituto Católico del Profesorado de Córdoba, una institución pública de gestión privada en la que varios profesores de la UNC daban clases.

Pensé que ese hecho me podría garantizar algo de continuidad a mis estudios iniciales en IMAF, pero más tarde comprobaría que no sería así. El inicio de la carrera del Profesorado es quizás lo que comenzó a dar otros sentidos a problemáticas relativas a género, clase o a lo generacional, que creo, fueron las que estuvieron jugando un papel primordial al momento de decidir mis estudios cuando finalicé el secundario. Como bien lo indica Britzman (2003) las cuestiones generacionales, de clase, o género no siempre se hacen evidentes en estudios o indagaciones relacionados con formación de profesores, forman parte de lo que no se habla. Sin embargo, esos silencios son significativos.

Yo, como muchas mujeres de mi generación, vivimos en una sociedad tensada por las dicotomías. Por ejemplo, nos encontrábamos tensionadas entre, la mujer emancipada y el ama de casa, sin reconocer que entre estos dos modelos de mujeres, era posible encontrar diálogos. Para cuando terminé el secundario, mis deseos de aproximarme al conocimiento y las interacciones con otros, se acercaban más al ideario de la mujer emancipada y ello me alejaba, de algún modo, de la docencia. Al conocer varias y diferentes mujeres en el profesorado, pude entender que los anteriores eran sólo unos modelos entre varios y no los únicos. Varias de mis compañeras o profesoras eran, al igual que yo, mujeres de clase media que trabajaban y estudiaban, los horarios y organización del profesorado lo permitían, los de IMAF no. Cada una seguía su propio ritmo, algunas se recibirían antes, otras después, algunas ya tenían hijos, otras ya eran maestras. Casi todas éramos mujeres, en IMAF había muchos varones. Descubrí también que yo era prejuiciosa. Prejuicios que me ayudaron a transitar bien mis tres años de IMAF pero que aquí se encontraban con buenos contraejemplos que me permitían sostener el esfuerzo para vencerlos.

Apenas comencé el profesorado me encontré con Isabel, una ex alumna de IMAF, con quien nunca habíamos interactuado en aquel contexto pero de quien yo recordaba su cara. Reconocimos que ambas llegábamos a esa nueva institución por situaciones similares. Reconocimos también el gusto compartido por la Matemática y la seguridad que nos daba ella en ese momento. En fin, poder hablar con otro sin tener que dar muchas explicaciones, dicho de otro modo, conociendo los contextos de dónde proveníamos, cada una reconocía en la voz de la otra casi su propia voz.



La incertidumbre del cambio contribuyó a crear una relación de amistad profunda que fue madurando junto con nosotras.

A ambas nos reconocieron las Matemáticas y alguna Física aprobadas durante el cursado de la Licenciatura. Esto contribuyó a que finalizáramos en tres años un trayecto de formación programado para cuatro años. Las dos tuvimos que cursar todas las materias pedagógicas, algunos cursos de Física, Geometría Analítica y Euclídea pues estas geometrías no formaban parte del currículum para la Licenciatura, la geometría para la escuela no forma parte de la geometría del matemático. Ambas teníamos aprobada Geometría Diferencial, pero, para la comunidad de práctica en la que nos insertaríamos como profesoras, esto ya estaba decidido, no era necesario ni suficiente. El modelo para legitimar el contenido era el de práctica docente no la práctica del matemático. Fui aprendiendo que el currículum no es algo naturalmente dado, ni neutro. Con una gran prevalencia de Matemática y Física (71 % de los cursos) sobre las disciplinas filosóficas o pedagógicas (29% de los cursos), el currículum se mostraba claramente como *“un artefacto social, concebido y hecho para propósitos humanos deliberados”* (Goodson, 1995, p.95). Esto implicaba que, los mismos profesores de la UNC en el profesorado, no hicieran viable mi ideario de continuidad. Por ejemplo, no se esperaba que un futuro profesor realizara investigación, como sí se esperaba de un egresado de la Licenciatura, y eso se hacía evidente en los diferentes discursos de clases. Me encontré con multiplicidad de voces que no había imaginado.

Isabel y yo, entre trabajos y pañales de sus hijos, corriendo y arreglando los horarios lo mejor que podíamos, transitamos un profesorado en el que, a diferencia de lo que ocurría en IMAF, había diversidad de profesores. Esa diversidad se refería a formación, prácticas, posicionamiento ante la selección de contenidos y ante los alumnos. En cuanto a la formación había ingenieros, licenciados, profesores de varias áreas, pedagogos, sicólogos, filósofos. Cada uno de ellos no podía dejar de lado sus comunidades de práctica de origen, sus discursos las hacían evidentes. La diversidad era buena y movilizadora sin embargo, hoy puedo ver que casi ninguno de estos profesores pertenecía a la comunidad de profesores de Matemática para la enseñanza media. Comunidad a la que tuvimos que introducirnos en situación de práctica bajo condición de evaluación por parte de nuestra profesora de *“Metodología y Práctica de la Enseñanza”*, como así también por parte de la

profesora del curso que nos recibía y sus alumnos. Cabe preguntarse, ¿ocurre hoy el mismo fenómeno? Si es así, ¿cómo podemos contribuir hoy, como educadores matemáticos para mejorar esa situación? Al respecto, ¿existen las mismas posibilidades al cursar un profesorado instalado en una universidad pública que en una institución no universitaria?

En cuanto a decisiones de organización de contenidos, algunos profesores preferían ir en extensión y otros en profundidad. A los primeros creo que los movilizaba el deseo de abrir múltiples problemáticas, que supiéramos que estaban cerca y nos afectaban como futuros docentes. Uno de esos temas que se abrían era el del control de la disciplina en las aulas. Los segundos, en cambio, iban al fondo de pocas problemáticas. La mayoría, trabajaban con un currículum cerrado, todo empezaba y terminaba en el contenido del curso y lo decidido por el profesor. Algunos pocos, en cambio, preferían un currículum un poco más abierto con alguna participación nuestra en su construcción. Por ejemplo, para aprobar el curso de Mecánica Teórica, curso al que se le asignaba un buen número de horas semanales y además, el profesor sabía el lugar que ocupaba en la institución, se nos dio un dibujo realizado a mano de un fenómeno físico. Nuestra tarea consistía en colocarle condiciones al fenómeno, formular aproximadamente treinta preguntas para esa “situación-problema” y dar las correspondientes respuestas. Este trabajo lo hicimos con Isabel, llegamos a formular cincuenta preguntas con sus correspondientes respuestas, explicamos el fenómeno bajo las condiciones impuestas, creamos un modelo matemático pertinente. El trabajo nos tomó mucho tiempo de interacción entre nosotras y con el profesor y hoy lo rescato como un gran desafío no sólo para nosotras sino para el propio profesor. Estuvimos haciendo Matemática conectada con ese fenómeno real o quizás semi real (Skovsmose, 2000) pero ello implicó buscar respuestas a todas las preguntas que nos tuvimos que hacer nosotras mismas. La pena es que quedó sólo entre nosotras y el profesor.

Con respecto a la relación profesor-estudiante, en general, el trato era cuidado y cordial. Creo que estas prácticas, del cuidado respetuoso por el alumno, se hicieron evidentes en nuestras propias prácticas como profesoras.

Ambas, finalizamos el profesorado y comenzamos a trabajar inmediatamente. Ambas iniciamos nuevos caminos que nos permitirían resignificar nuestras visiones de currículum, relaciones con los pares o alumnos. Al entrar a las aulas, entramos a

problematizarnos sobre varios aspectos, uno de ellos fue el uso de las calculadoras en las clases de matemática del nivel medio de enseñanza.

Además de trabajar en un colegio secundario, al igual que Isabel, inicié una adscripción en el curso de Análisis Matemático III en el mismo profesorado donde me había recibido. Yo no había cursado esa materia en el profesorado pero la profesora a cargo de ese curso había sido mi profesora de Análisis Matemático II en IMAF, esto es, ya nos conocíamos de otro ámbito. Al finalizar la adscripción, esta profesora se va a vivir a otra ciudad y me hago cargo del curso. Aunque con la adscripción había disfrutado muchísimo interactuar con futuros profesores, hacerme cargo sola de una materia del tercer año del profesorado, significó un enorme desafío.

Asumí el desafío, lo cual implicó muchísimas horas de trabajo y estudio, pero lo disfruté. Una de mis alumnas de aquel momento era María, alumna que siempre aportaba con ideas pertinentes y con quien me encontré en varias oportunidades ya como colegas. María, suele recordar que disfrutaba que me sentara en el mismo banco junto a ellos a resolver ejercicios o problemas. Hoy María dice que era el gesto de "*compartir el mismo banco con ellos*" lo que más le llamó la atención y valoró. Me parece que ese gesto fue en primera instancia, una acción no pensada y quizás asociada más a un contexto de quehacer matemático en colaboración. Lo que también ocurría en esas interacciones era mi escucha atenta a los alumnos, sin interrumpirlos, aún cuando había errores y, mi búsqueda de palabras para ayudar. Cuestión nada fácil cuando se está estudiando el concepto de diferenciabilidad de funciones de varias variables. Hoy diría que este acto, era una contra-práctica a algunas prácticas vividas como alumna de matemática en las que algunos docentes, escuchaban poco e imponían el saber oficial. Tal contra-práctica era buscada conscientemente. Siempre me pregunto, ¿qué contra-prácticas aprenden los futuros profesores hoy?

Es evidente que el futuro profesor se encuentra inmerso en una polifonía de voces (Bajtín, 2000). Voces que escucha, que visualiza y que van a ir abriéndole o cerrándole puertas, voces con las que debe luchar para hacer escuchar su propia voz (Britzman, 2003).

#### 4. Reconocimiento de la Educación Matemática como Campo de Investigación

Mi trabajo en el curso de Análisis III no duró mucho pues, por razones personales, en 1983 me trasladé a Estados Unidos. Ese cambio de ambiente significó para mí poder reconocer la existencia de un área de conocimiento que se llamaba Educación Matemática, que existían educadores matemáticos y una comunidad internacional interesada en investigar cuestiones relativas a la enseñanza y al aprendizaje de la Matemática. Aunque sabía y conocía a personas interesadas por innovar en la enseñanza de la Matemática, el campo como tal nunca se había hecho evidente ante mí, fue una puerta que no se había abierto en mi formación como profesora.

Maravillada no sólo por el descubrimiento del campo sino por todo lo que ofrecía este nuevo mundo para mí, abro la puerta para acceder a él, iniciando y completando una maestría con concentración en Educación Matemática en el City College de la City University of New York.

Excepto por los cursos de Matemática, dados por matemáticos, el resto de los cursos, estaban presentados y trabajados por educadores matemáticos y con un abordaje interdisciplinario. De pronto me encontré interactuando con personas muy diferentes a mí, viviendo entre ellos y comunicándome con ellos en Inglés. Recuerdo que mientras preparaba, con una colega de China, un programa tutorial, en Pascal Avanzado, para que nuestros supuestos alumnos practicasen ecuaciones de segundo grado, aprendí a distinguir que cada vez que yo escuchaba “fri”, ella estaba tratando de decir tres (three) y no libre (free) como yo creía. Aprendí, que en el proceso de comprensión, no basta sólo con buenos oídos para escuchar, es necesario acomodarse al contexto de interacción y/o al ambiente del otro. Cuestión que se hace más evidente en contextos caracterizados por una gran diversidad. El tema de mi trabajo final de maestría se focalizó en la ansiedad ante la Matemática<sup>7</sup> en función del género. Me interesé por ese tema pues había leído que, en Estados Unidos, la mayoría de las mujeres que seguían estudios universitarios preferían

---

<sup>7</sup> La ansiedad ante la Matemática se reconoce como una reacción frente a contenidos matemáticos, a algunas de sus características como actividad intelectual, a las formas evaluativas que se escogen para la Matemática y los sentidos atribuidos por algunas personas en nuestra sociedad occidental (Richardson & Woolfolk, 1980).

aquellas carreras relacionadas con las Ciencias Sociales y la Educación. Una de las razones para esta elección era una marcada ansiedad y situación desagradable vivida en la escuela en las clases de Matemática, hecho que las hacía dejar de lado estudios relacionados con las Ciencias Exactas y Contables. Esta decisión terminaba restringiendo el acceso de las mujeres a trabajos mejor remunerados, cargos de mayor poder y que implicaran movilidad social (Sells, 1973). Este es el contexto externo que motiva mi elección de tema. El contexto interno tiene que ver con mis propios dilemas como mujer. En su momento yo misma creo que decidí hacer la Licenciatura no sólo porque me gustaban los modos de argumentar en la Matemática, cuestión que sigo disfrutando, sino, porque además, hacer la Licenciatura era un modo de hacer escuchar una voz de disputa femenina. La lucha por el acceso de las mujeres al conocimiento, al trabajo y/o a ejercer roles innovadores. Si quien lee esto tiene más de cincuenta años podrá entender muy bien lo que digo aquí.

Mi trabajo final de maestría es de un claro corte positivista, opción en que trabajaba mi orientador. Si bien mi interés pasaba por otro lado y mi voz no fue escuchada, hoy rescato ese estudio como un proceso que me ayudó a comprender y valorar otras opciones metodológicas, ser muy cuidadosa al momento de leer trabajos de investigación y reconocer que, las voces, para que sean escuchadas necesitan de un contexto social.

Los resultados de ese estudio permitieron inferir que, para el grupo con el que trabajé, las diferencias de ansiedad ante la Matemática, no se debían a diferencias de género sino que estarían relacionadas con la cantidad de cursos de Matemática realizados en el colegio secundario<sup>8</sup>, a menor número de cursos realizados mayor ansiedad (Esteley, 1985). Este resultado concordaría con los resultados provenientes de los extensos trabajos producido por Brush (1980), quien advierte sobre la necesidad de focalizar sobre la problemática de evitar la Matemática. Esta autora indica que, una de las razones de los estudiantes para evitar tomar cursos de Matemática, tenía que ver con la desvalorización de algunos profesores respecto a las posibilidades de los alumnos al trabajar en resolución de problemas. Las voces

---

8 En aquel momento, en Estados Unidos, los alumnos de colegio secundario podían optar hacer o no Matemática o seleccionar qué áreas de ella estudiar.

de los estudiantes indican que varios profesores o profesoras tenían una visión sesgada, a favor de los varones, al comparar varones y mujeres como estudiantes capaces para resolver problemas matemáticos. Cabe preguntarse, ¿cómo fue el proceso de formación de estos profesores que los hacía colocar en esa posición?, ¿es esa idea construida en el proceso de formación o está instalada en la sociedad y la formación poco puede hacer para deconstruirla? De algunos comentarios informales que actualmente escucho de profesores de nuestras universidades o escuelas, pareciera que todavía existen ciertas posiciones que desvalorizan a las alumnas en instancias de resolución de problemas. Tiene sentido entonces preguntar, ¿qué podemos hacer hoy como educador matemático ante esto?

Hay varias respuestas a estas preguntas en la literatura. Brush (1980) propone crear un entorno agradable de enseñanza, invitar a alumnos/as a probar respuestas y apoyarlos aun cuando la respuesta no sea correcta o mostrar cómo la matemática puede ayudar a entender fenómenos del mundo real. Sugerencias que creo hoy, siguen siendo pertinentes.

## **5. Acciones como Educadora Matemática**

A fines de 1986, regresé a Argentina. Casi inmediatamente me incorporé al Grupo de Enseñanza de la Ciencia y la Tecnología (GECyT) del ex IMAF que, al igual que yo, había cambiado. IMAF había crecido lo suficiente como para dejar de ser Instituto y desde fines de 1983 pasa a ser Facultad. Yo, había sido capaz de encontrar mi lugar como mujer interesada en contribuir con el estudio y reflexión sobre las problemáticas de la enseñanza o aprendizaje de la Matemática, identificándome como educadora matemática. Como tal, había experimentado la riqueza de las interacciones con otros en diversidad y también un currículum con visión interdisciplinar. Sin embargo, reconocermé como educadora matemática implicó comenzar a pensar en la formación de educadores matemáticos en sus funciones docentes o de investigación y representar al profesor desde una visión más amplia como educador matemático. Al pensarlo así no restringo su práctica profesional sólo al aula.

Mi primer trabajo en FaMAF, se centró en la enseñanza de la Estadística para colegios secundarios, tarea que realicé junto a profesoras del nivel medio y acompañada por un matemático, el Dr. Jorge Vargas, en ese momento, director del GECyT quien posibilitó mi incorporación a FaMAF.

En ese período conocí a Mónica Villarreal quien había finalizado hacía un tiempo la Licenciatura en Matemática y tenía interés en realizar estudios relacionados con la enseñanza o el aprendizaje de la Matemática, esto es, estudios propios del campo de la Educación Matemática. Con ella iniciamos un conjunto de estudios con alumnos de Mónica, que en ese entonces se desempeñaba como docente en la Facultad de Ciencias Agropecuarias de la UNC. Los primeros estudios se centraron en el análisis de errores de alumnos ingresantes y luego pusimos en práctica algunas estrategias de enseñanza alternativas a las tradicionales para terminar con indagaciones centradas en la escucha de las voces de los estudiantes al trabajar en Matemática en situación de entrevista. Por otro lado, con colegas del GECyT, construimos las bases curriculares del Profesorado en Matemática que comenzaría a funcionar en FaMAF en los primeros años de los noventa.

A comienzos de 1990 me fui a vivir a Mendoza para construir una familia. En esa ciudad nacerían mis hijos y con ellos aprendería a ver las escuelas y sus docentes desde otro lado. Hice docencia y seguí trabajando y produciendo con Mónica. A fines 1995 regresé a Córdoba. A comienzos de ese mismo año Mónica ya había partido a Brasil para completar su doctorado en Educación Matemática en la Universidad Estadual Paulista, campus Río Claro. En diciembre de 1998, fui a Río Claro para tomar un curso sobre “Desarrollo Profesional de Profesores de Matemática” a cargo de un educador matemático portugués, el Dr. João Pedro da Ponte. Desde la perspectiva de desarrollo profesional presentada en el curso el profesor indicó que: *“no se busca una media, no se persigue un modelo y le cabe al profesor elegir los modos de actuar”* (Ponte, 1998). Estas ideas fueron particularmente significativas para mí pues, yo había iniciado mi formación buscando modelos pero había aprendido que intentar atarse a un “deber ser”, restringe. Y que, en realidad, fueron las crisis no planificadas, los actores no imaginados, los entornos no esperados y una disposición de búsqueda lo que efectivamente contribuyó para que fuese constituyéndome como educadora matemática. Definitivamente, este

curso y las interacciones con el Dr. Ponte y con los colegas de Río Claro comenzaron a abrirme otras posibilidades.

Ya con Mónica de nuevo en Córdoba, y yo dando clases en el Profesorado en Matemática de la Universidad Nacional de Villa María (UNVM), en el 2000, tomé un curso a distancia, vía Internet, sobre Nuevas Tendencias en Educación Matemática a cargo del Dr. Marcelo Borba, director de tesis de Mónica. En ese curso, una de las tendencias que se trabajó fue la modelización como abordaje pedagógico y también el uso de nuevas tecnologías en la educación matemática. Con este curso más las interacciones con Mónica, comienza a hacerse evidente la influencia de algunas tendencias brasileras en Educación Matemática en nuestros trabajos. Fui armando pinceles y encontrando nuevas paletas para pintar diferentes paisajes de enseñanza.

## **6. La Tesis como Emergente en un Espacio de Desarrollo Profesional**

Muchas de las ideas sobre Desarrollo Profesional y Nuevas Tendencias, las fuimos rearmando con Mónica para ponerlas en práctica en cursos para docentes de la Provincia de Córdoba, varias de esas construcciones las incorporé a mis cursos de Didáctica de la Matemática de la UNVM. Pensaba cada tanto que sería bueno hacer otras actividades con profesores pero dentro de un marco institucional que legitimara las acciones. Esta no era o es una visión burocrática sino de consideración al trabajo docente. Con estas inquietudes a mi alrededor, en el año 2003, encuentro que la ex Agencia Córdoba Ciencia (ACC<sup>9</sup>), actual Ministerio de Ciencia y Tecnología de la Provincia de Córdoba, ofrecía un programa de subsidios destinados para *Proyectos de Transferencias de Investigaciones Educativas al Aula* propiciando interacciones entre escuelas y universidades. Hacía ya un tiempo que me había reencontrado con Isabel y María y decidí invitarlas para escribir un proyecto de transferencia de investigaciones educativas para el aula a fin de presentarlo en la ACC. Ambas se entusiasmaron e Isabel inmediatamente expresó

---

9 A partir de aquí y en todo el escrito, designaré por ACC a la ex ACC sin utilizar ex.



su deseo de invitar a Analía, una compañera con quien compartía actividades en el contexto de las Olimpiadas Matemáticas Argentinas<sup>10</sup> (OMA), para sumarse.

En el proceso de imaginar proyectos, propuse a las profesoras trabajar con la modelización como abordaje pedagógico en el aula y acompañar la puesta en aula con un espacio de reflexión sobre la práctica. Las profesoras aceptan esta propuesta y se elabora el proyecto titulado: *Desarrollo profesional de docentes de matemática con la implementación de la modelización como estrategia de enseñanza*. Como se puede desprender del título, tal proyecto, se construye con el fin de aportar al desarrollo profesional de docentes de matemática e introducir en aula la modelización como abordaje pedagógico (Bassanezi, 1994, 2002, Borba et al, 1999<sup>a</sup>, 1999b y Biembengut & Hein, 1999).

Tomando aportes de los autores mencionados, en el proyecto, la modelización como abordaje pedagógico, se caracteriza como una propuesta en la que se busca: a) interrelacionar elementos teóricos y prácticos; b) que los alumnos escojan un tema de su interés para estudiar, c) propiciar el desarrollo de individuos socialmente activos; d) tener en cuenta la interdisciplinariedad, asociando la Matemática con otras ciencias tales como Biología, Historia, Física, Economía, etc. Además, nosotras también quisimos, propiciar la vinculación entre diferentes áreas de la matemática.

Finalmente, el proyecto es aprobado y avalado por ACC y en 2004 se realizan las puestas en aula de escenarios de modelización. Tal experiencia fue la generadora de un espacio de formación para el grupo. Dicho espacio de formación se inició en 2003 con la elaboración del proyecto y continúa en cada una de las participantes del grupo. En mi caso continúa al decidirme a colocar otra mirada sobre algunos de los tantos aspectos que emergieron en la experiencia, hecho que impulsa mi propuesta de tesis y mi presentación al programa de “Doctorado Personalizado” en Educación que ofrece la Facultad de Filosofía y Humanidades de la UNC. El proyecto de tesis con que fui aceptada en octubre de 2007 es dirigido por la Dra. Mónica Villarreal.

---

10 La Olimpiada Matemática Argentina es una competencia de desenvolvimiento matemático destinada a los alumnos de educación primaria y secundaria de Argentina y es organizada por la Fundación Olimpiada Matemática Argentina.

Como se indica en la Introducción, con esta tesis se busca indagar sobre los sentidos atribuidos por María, Isabel y Analía, al currículum, a las nuevas tecnologías y a las relaciones interpersonales en un entorno de desarrollo profesional con puesta en aula de actividades de modelización matemática.

Currículum, tecnologías y relaciones interpersonales han formado parte de mi propia historia de formación, los tres elementos son peculiares en un escenario de modelización y los tres ponen en evidencia aspectos relacionados con lo social. Quizás por esto es que los escogí para que estuviesen presentes en el estudio.

El currículum es un proyecto social. Las tecnologías avanzan rápidamente y en ese avanzar pueden limitar el acceso a varios y con ello restringirles posibilidades en diversos ámbitos. Las relaciones interpersonales ponen en evidencia la formación o desarrollo de las personas como hecho social y corre a un lado el mito individualista del mero voluntarismo y el aprendizaje sin otros, sean esos otros actores humanos o no humanos, como motores para el desarrollo.

Con los resultados de esta tesis procuro, en última instancia, contribuir con la problemática relacionada con la formación o desarrollo de profesores de matemática en general y la formación de profesores en escenarios de modelización en particular.

Esta tesis es escrita por mí pero, en ella, me acompañan fundamentalmente cuatro voces femeninas, la de Isabel, la de Analía, la de María y la de Mónica. Cuatro voces que me acompañaron en distintos caminos y que hoy tengo el privilegio que también me acompañen aquí.

## CAPÍTULO II

### DESARROLLO PROFESIONAL EN ESCENARIOS DE MODELIZACIÓN

---

*La educación de los profesores no es sólo un problema técnico referido a qué modelos o actividades proveen los mejores resultados. Este es sobre todo, un problema conceptual y político que involucra cómo uno considera al profesor y su rol en la escuela y en proceso de su educación. (Ponte, 2008, p. 1)*

#### 1. Introducción

Con esta tesis se busca indagar acerca de los sentidos atribuidos por tres profesoras a currículum, TIC e interrelaciones personales. Estas tres cuestiones se relacionan con sus prácticas de aula y se cargan de sentido en una experiencia de desarrollo profesional en la que se montan, en aulas, escenarios de modelización matemática. De este modo, y a partir de los resultados de la indagación, busco por un lado contribuir con la problemática relacionada con la educación de profesores cuando entra en escena la modelización matemática. Por otro lado, es mi interés, enmarcar los aportes en la temática más general relacionada con el desarrollo profesional de profesores de matemática. En este sentido, para situar y contrastar el alcance de los resultados de la tesis realizo primero una revisión de la literatura relacionada con el desarrollo profesional de profesores de matemática en general, para luego particularizar en la problemática del desarrollo del profesor cuando en ese proceso entra en escena la modelización matemática. Así, los resultados de la investigación pueden ser enmarcados y contrastados en un ámbito que trasciende el hecho local y que permite analizarlos en perspectiva.

Con el fin organizar la revisión de la literatura que informa sobre el desarrollo de profesores de matemática en general he planteado un grupo de preguntas que me ayudaron a seleccionar y organizar la revisión. Tales preguntas se generan a partir de mis propias dudas o inquietudes referidas al tema de investigación y comienzan a tomar forma desde el momento que profundizo mis interacciones con la

literatura. Las respuestas a estas preguntas no sólo posibilitan profundizar mi comprensión sobre la educación de profesores de matemática en general sino que, además, me permiten presentar un panorama del área a nivel internacional o local y formular nuevas preguntas relativas a la formación de profesores en escenarios de modelización. Estas nuevas preguntas y sus respuestas conforman la base de la revisión de la literatura correspondiente. Cierro este capítulo con consideraciones breves relativas a posibles aportes de la tesis y una explicitación de los autores o trabajos que juegan un rol importante al momento de interpretar o discutir los resultados.

## **2. Desarrollo de Profesores de Matemática: Algunas Preguntas y Posibles Respuestas**

La bibliografía relacionada con el desarrollo profesional de profesores de matemática es extensa e incluye en su interior una importante diversidad en cuanto a temas de estudio, métodos para abordarlos, referentes teóricos y modos de interpretar resultados e ideas. En esa situación y a medida que fui ampliando y profundizando mis lecturas decidí privilegiar para la revisión aquellos trabajos que me permitiesen responder las siguientes cuestiones:

1. ¿Cómo se constituye el área de investigación relacionada con la formación/desarrollo/educación de profesores de matemática? ¿cuáles han sido las fuerzas que le dieron impulso?, ¿bajo qué condiciones una investigación puede ser considerada una indagación vinculada con la educación de profesores?, ¿cómo se caracteriza y que temáticas prevalecen?, ¿qué sentidos se les fueron atribuyendo a las nociones formación y desarrollo profesional?,
2. ¿qué significa hoy hablar de formación o desarrollo profesional?,
3. ¿qué contribuciones del área se pueden recuperar hoy? y,
4. ¿cuál es el panorama local en cuanto a la investigación referida al desarrollo de profesores de matemática?, ¿qué relaciones guardan con lo acontecido a nivel internacional?

Dada la cantidad y diversidad de investigaciones referidas a la educación de profesores a nivel internacional, para la revisión, he privilegiado, en primera instancia, algunos informes sobre el área que fueran producidos en el ámbito de ICMI (International Commission on Mathematical Instruction) e ICME (International Congress on Mathematical Education). Escojo tales informes reconociendo el cuidado con que estos organismos plantean sus estudios y porque, en gran medida, dan espacio a voces de investigadores de varias regiones del mundo y sintetizan sus producciones.

## **2.1 La Educación de Profesores de Matemática como Área de Investigación**

El análisis de la literatura centrada en la formación/desarrollo o educación de profesores de matemática indica que la investigación relacionada puede considerarse como un área de estudio relativamente joven. Como tal, se muestra diversa en posicionamientos teóricos y metodológicos lo cual fue generando faltas de acuerdos en cuanto al uso e interpretación de algunos términos e ideas relacionadas tales como: formación, desarrollo profesional, colaboración, cooperación, entre otros (Even & Ball, 2009; Grevholm & Ball, 2008; Adler et al., 2008; Mason, 2008; Borba (Org.), 2006; Bicudo, 2003b; Lerman, 2001).

La diversidad como característica del área es un aspecto importante a tener en cuenta al analizar las producciones. Otro aspecto fundamental a considerar en un análisis es que, como se discute en Adler et al. (2008), el área de investigación sobre la educación de los profesores emerge en movimiento con las investigaciones en el campo de la Educación Matemática y es desde esa perspectiva que corresponde explorarla. En ese sentido, Adler et al. (2008) recuerdan que las investigaciones del campo se inician con estudios centrados en el currículum y en los contenidos matemáticos per se y luego incorporan indagaciones que se focalizan en los aprendizajes de los alumnos. A fines de los setenta, Bauersesfeld (1979, citado en Skott, 2008) marca, a modo de crítica, que tales investigaciones se estaban preocupando sólo con dos aspectos fundamentales del proceso de aprendizaje: el alumno y el currículum. De esta manera, tales estudios desconsideraban la influencia del profesor y el contexto general de enseñanza en el currículum y los aprendizajes de los alumnos. Con ese llamado de atención, Bauersesfeld, pone en evidencia la inherente tensión entre currículum, alumnos y

profesor o entre el aprendizaje y la enseñanza de la matemática (Mason, 2008). Así, las investigaciones que se generan tomando como centro al profesor, emergen en un contexto de discusión amplio que implica al currículum y al aprendizaje de los estudiantes.

Estas cuestiones advertidas por Adler et al. (2008) y Bauersesfeld (1979, citado en Skott, 2008) no son casuales pues, si bien las sociedades materializan en sus propuestas curriculares su ideal de ciudadano, es el profesor, en contexto institucional, quien finalmente recrea los textos curriculares oficiales al poner en aula su práctica educativa. Esto no es un hecho desconocido por la sociedad, la cual, otorga al profesor el rol de nexo entre lo que ella espera de la escuela y lo que se logra (Bicudo, 2003b; Lessard & Tardif, 2008; Moon, 2008; Kilpatrick, 2009). De esta manera, la práctica docente se tensa entre los deseos<sup>11</sup> y logros esperados por el profesor y/o los deseos y logros esperados por sus alumnos y los deseos y logros esperados por la sociedad. Como se describe y discute en Coxford (Ed.) (1970) o en Kilpatrick (2009), cada vez que lo logrado en la escuela se alejó de lo pretendido por la sociedad, se actuó proponiendo cambios sobre el texto curricular oficial. Sin embargo, a medida que el acceso a las escuelas se va democratizando y las sociedades van sufriendo cambios profundos, comienzan a ahondarse los desencuentros entre lo que la sociedad pretende para la formación de sus ciudadanos y lo que se logra. Particularmente, el desfase entre lo que la sociedad espera de la matemática en la escuela y lo que acontece, se agudiza a mediados de los 50, cuando la sociedad comienza a sobre valorizar el conocimiento científico especialmente aquellos relativos a la física y la matemática. Tal valoración respecto del conocimiento matemático es el escenario que impulsa la reforma educativa que toma como centro a la matemática moderna (Kilpatrick, 2009, Bicudo, 2003b, Coxford (Ed.), 1970). Esta reforma se inicia en Europa y Estados Unidos, luego se propaga a otros países y tiene a la matemática y los matemáticos como principales actores. Para sostener la reforma, en los 60, se inicia un gran movimiento de formación de profesores en servicio, en diversas regiones del mundo.

---

11 Los deseos del profesor o la sociedad se reconocen como anhelos construidos en base a conocimientos, experiencias y supuestos del orden de lo ideológico.

Tales movimientos de formación, basados en una Racionalidad Técnica (Skott, 2008, Jiménez, 2002; Fiorentini et al., 1999) consideraron al profesor como “*implementador*” de las ideas de otros, acorde a un cierto modelo ideal de profesor y, al mismo tiempo, como “*principal obstáculo para las reformas*” cuando se aleja de lo esperado (Skott, 2008). Los espacios de formación creados bajo tales supuestos, partieron de una relación jerárquica entre teoría y práctica o entre ciencia y técnica (Jiménez, 2002), asumiendo que habilidades y conocimientos son objetos que pueden ser pasados de una persona a otra. Se partió también de la “*metáfora causa-efecto*” para pensar la relación entre enseñanza y aprendizaje con la cual se asume que el profesor enseñará acorde a la formación ofrecida. Bajo dicha metáfora se asume que el conocimiento o habilidades se pasan de una persona a otra, se congelan y se guardan en una persona como se guarda un libro en una biblioteca para ser recuperado luego. Bajo esta metáfora se olvida que el profesor se involucra personalmente con el conocimiento. En su proceso de apropiación el conocimiento se transforma y por lo tanto es ese conocimiento el que pone en juego en sus acciones (Mason, 2008). Según Fiorentini (2001), tales espacios de formación han estado influidos por el modelo práctico o “*aislado*” y el modelo técnico o “*enchufado*”<sup>12</sup>. En el primer modelo se asume que es suficiente un buen manejo de los contenidos matemáticos para ser un buen profesor y se concibe al profesor como un artesano que aprende en la práctica y aislado de las innovaciones o producciones del campo profesional. En el segundo modelo, se asume que primero se aprende la teoría para aplicarla luego a la práctica, la cual es vista como lugar de entrenamiento y experimentación. En este modelo el profesor quedaría *enchufado* al final de la línea de producción de conocimiento generado por los investigadores y especialistas. En esta perspectiva, cada tanto el profesor debe *enchufarse* a la línea para actualizarse o reciclarse (Fiorentini, 2001). En ese contexto de formación se incluía a profesores en servicio o alumnos de profesorado y la palabra formación estaba relacionada con la noción que se le atribuye desde el sentido común que involucra la idea de dar forma, modelar a algo o a alguien, según un modelo o ideal. Esta idea implica la existencia de un movimiento externo al sujeto a ser formado y en

---

12 Fiorentini utiliza la palabra “plugado” la cual traduje, de acuerdo al contexto del texto, como enchufado.

dicho movimiento es el formador el que asume la acción de formar (Passo et al., 2006; Bicudo, 2003b; Ponte 1998).

En el ámbito internacional, si bien se reconoce que el movimiento que se inicia en los 60, abrió espacios de formación en los que los profesores y sus prácticas tuvieron poca injerencia, también se acuerda que tal movimiento produjo un gran dinamismo a nivel internacional. Tal dinamismo se refleja en la constitución de una comunidad internacional de educadores matemáticos, la emergencia en 1968 del primer Congreso Internacional en Educación Matemática (ICME, por su sigla en inglés), la generación de diversos programas de post graduación centrados en la problemática de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática y la consolidación de un grupo de educadores matemáticos que comienza a tomar bajo su responsabilidad los cursos de graduación o post graduación para la educación de los profesores. Son estos hechos los que darán impulso a todo el campo y particularmente al área de investigación centrada en la educación de los profesores de matemática.

De la bibliografía analizada podría distinguir tres grandes momentos en la constitución del área de investigación como tal. Un primer momento, acontecido entre fines de los setenta e inicio de los ochenta, en el que prevalece una idea restrictiva de la noción de formación y un grupo de educadores matemáticos genera el primer impulso para las investigaciones. Un segundo momento, durante los noventa, en que se produce una expansión importante del área y la emergencia y caracterización de la noción de desarrollo profesional. Finalmente, un tercer momento, que se inicia a fines de los noventa, y que se caracteriza por una búsqueda de comprensión del estado del arte y una delimitación de ideas y conceptos lo suficientemente amplios como para evitar restricciones en los estudios. A continuación detallo algunos aspectos relevantes relacionados con estos tres momentos.

### **2.1.1 Primer Momento: Los Educadores Matemáticos Imprimen los Primeros Impulsos Bajo una Particular Noción de Formación**

Los educadores matemáticos que comienzan a dictar los cursos de post graduación creados en diversos países del mundo, principalmente de Europa y



Estados Unidos y más tarde Brasil u otros países latinoamericanos, son quienes comenzarán a dar un especial impulso a la investigación sobre la educación de los profesores. Este hecho acontece pues, para estos educadores, la educación de los profesores comienza a ser vista no sólo como una actividad de enseñanza bajo su responsabilidad, sino también como un espacio de investigación (Lin & Cooney, 2001). En este contexto, la indagación acontecida en los ochenta provoca que, algunos sectores de la comunidad internacional de educadores matemáticos, comiencen a criticar el sentido atribuido a la noción de formación, a los espacios de formación, a las incipientes investigaciones relacionadas con tales visiones y a las implicancias que esto tenía en relación al profesor (Bicudo, 2003b). Lytle & Cochram (1999) indican que en el plano de la práctica o la investigación sobre la educación de profesores, desarrollada principalmente en los inicios de los ochenta, se ha trabajado con lo que se denomina uso tradicional del término formación. Tal visión suele relacionarse con actividades centradas en el aprendizaje de saberes disciplinares presentes en los cursos clásicos para docentes, haciendo foco en aprendizajes para la práctica en lugar de conocimiento en y de la práctica. Imbernón (1998) indica que muchas de las investigaciones sobre formación de profesores, producidas en los ochenta, no modificaron sustancialmente la noción de formación antes descripta. Varias de tales investigaciones se centraron sobre el profesor y tal vez al margen de él, apelando a un paradigma cuantitativo con la intención de buscar correlaciones entre las características de un profesor y una enseñanza más eficaz donde la eficacia de la enseñanza era determinada por el ideal del investigador.

Si bien a fines de los ochenta, e inicio de los noventa, había poca investigación centrada en los procesos educativos de los profesores de matemática, existía una cantidad importante de investigaciones centrada en las creencias de los profesores, sus conocimientos, sus prácticas y las comparaciones entre profesores expertos y profesores novicios (Adler et al., 2008). Una crítica a este estilo de investigaciones y la noción de formación sostenida, hará que, en los noventa, algunos investigadores escojan el término desarrollo profesional para distinguirse de la perspectiva tradicional sobre formación y se produzca un crecimiento en cantidad y diversidad de líneas de investigación focalizadas en los profesores (Even & Ball, 2009, Bicudo, 2003b, Lerman, 2001).

### **2.1.2. Segundo Momento: Expansión del Área, Emergencia y Caracterización de la Noción de Desarrollo Profesional.**

En Lerman (2001), es posible encontrar un interesante análisis de las líneas de investigación producidas en los noventa. Aunque Lerman se centró sólo en textos escritos en inglés y, hoy se admite este hecho como una limitación de su estudio, no se puede dejar de reconocerlo como pionero en el intento de comprender el estado de situación del área. De hecho, es uno de los trabajos más citados en la bibliografía. Para seleccionar la bibliografía y para conducir su análisis, Lerman tuvo en cuenta si en los estudios era posible encontrar alguna evidencia o mención al aprendizaje o al desarrollo de los profesores, asumiendo que el desarrollo implica un proceso de aprendizaje complejo (Lerman, 2001). Como se pondrá en evidencia luego, estas decisiones de Lerman tuvieron una importante impronta en estudios posteriores.

A partir de su análisis, Lerman encuentra que, en un importante grupo de las investigaciones de los noventa, hay un reconocimiento explícito acerca de la gran influencia de los profesores sobre los aprendizajes de los alumnos pero que, sin embargo, en muchas de ellas no se explicitan los supuestos teóricos referidos a aprendizajes de los profesores relacionados con sus actividades de enseñanza. Para el autor falta delimitar el sentido de aprender a enseñar. A pesar de este hecho, Lerman determina que dos grandes perspectivas han marcado las investigaciones de los noventa: 1) los profesores, sus creencias y sus conocimientos y 2) los profesores en sus contextos.

Respecto a la primera perspectiva y, en particular en relación a los profesores y sus creencias, Lerman distingue dos tipos de estudios. Por un lado, investigaciones interesadas en categorizar y clasificar creencias o concepciones de los profesores. Por otro lado, trabajos que buscan explorar y controlar los cambios de creencias en el tiempo, en períodos de cambio curricular o en programas de intervención e investigación de los que participan grupos de profesores. En ambos tipos de estudios, se suele suponer la existencia de una relación causal entre creencia y práctica, desconociendo en varios de ellos, que, como lo sugiere Thompson (1992), existe una relación dialéctica entre creencias y prácticas. En Thompson (1992) se pueden encontrar interesantes ejemplos de ese tipo de estudios. Una crítica importante que se hace a estos trabajos, es que no consideran

relevante informar sobre el contexto de producción de las creencias, la situación en la que se recogieron los datos, la relación entrevistado-entrevistador o el grupo particular de alumnos con los que el profesor estaba trabajando en el momento del estudio. Esta decisión, quizás se toma, asumiendo, que las creencias son independientes del contexto de interacción del docente.

Todavía dentro de la primera perspectiva, en relación al grupo de trabajos interesados en los conocimientos de los profesores, Lerman realiza críticas similares a las hechas al grupo anterior (estudios centrados en creencias) y señala que se han estudiado a) los conocimientos matemáticos o pedagógicos de los profesores, b) la construcción de conocimientos de los profesores y c) la práctica reflexiva de los mismos. En muchos de estos trabajos pareciera haber una importante influencia del modelo de Shulman (1986) sobre los tipos de conocimientos del profesor. En este sentido, Lerman rescata la crítica que realiza Mason (1998, en Lerman, 2001) a esa clasificación al considerarla como una taxonomía a la que le faltan conexiones y se muestra inestable en la práctica.

En relación a los estudios desarrollados dentro de la primera perspectiva (los profesores, sus creencias y conocimientos), Lerman señala que, para analizar el aprendizaje de los profesores, algunos de ellos realizan extensiones de teorías creadas para explicar el proceso de aprendizaje en niños con intención de pensar el aprendizaje de adultos. Pareciera que, en los estudios interesados en creencias, cambios de creencias y conocimientos de los profesores, se plantea el desarrollo hacia una mejor enseñanza acorde a lo que el investigador entiende como mejor enseñanza. Respecto a las investigaciones centradas en la práctica reflexiva de los profesores o sobre sus experiencias, Lerman critica la falta de precisión respecto a la noción de “práctica reflexiva”. El autor puntualiza que, en tales producciones, pareciera asumirse que la sola evocación de la palabra reflexión fuese suficiente para asegurar el aprendizaje de los profesores. Otro aspecto interesante que señala Lerman es que, en algunos de estos trabajos, existe una falta de análisis de los sentidos atribuidos por los profesores o la falta de discusión sobre lo que esconden las palabras. A pesar de todo ello no deja de reconocer que uno de los aportes más significativos de estas últimas investigaciones, ha sido problematizar sobre la enseñanza como una práctica reflexiva y ofrecer modos de ver cómo actúan los profesores, cuáles son sus preocupaciones profesionales y cómo continúan

aprendiendo. Para Lerman (2001), en general, los trabajos relacionados con la primera perspectiva, se han centrado en una visión individualista e internalista del aprendizaje o desarrollo de los profesores.

En la segunda perspectiva, los profesores en sus contextos, aprender a enseñar se considera como una actividad socio-cultural. En esta perspectiva, se asume que la situación de investigación y las comunidades de trabajo son productoras de creencias, prácticas, propósitos y fines y se propone ver al profesor a través de su entorno social. Las producciones creadas en esta perspectiva toman aportes de Vygotski, Lave (1988), Lave & Wenger (1991) o de la Teoría de la Actividad. Se reconoce que el análisis del investigador requiere considerar las personas-en-práctica como una unidad y que esa unidad es esencialmente social. En esta perspectiva, el desarrollo del profesor se considera en términos de desarrollo de la identidad de una persona con una profesión articulando diferentes modos de ser profesor. Los trabajos producidos en esta perspectiva comienzan a desarrollarse a fines de los noventa y van a contribuir a profundizar la discusión relativa a los sentidos atribuidos a las nociones de desarrollo profesional y formación que venían coexistiendo sin una clara delimitación.

Existen otros autores que concuerdan con la mirada de Lerman en cuanto a temas de estudio y a algunas de las críticas que él realiza (Adler et al., 2008; Ponte & Chapman, 2006). Sin embargo, la mayoría también reconoce que, en la década de los noventa, hubo una importante presencia de estudios con contribuciones substanciales para la práctica, las políticas, la teoría y los diseños de investigación. La vitalidad de la investigación producida en esa década y centrada en la educación de los profesores, se ve reflejada en las discusiones sostenidas en el ámbito internacional en torno a los sentidos atribuidos a formación y desarrollo profesional y en la creación, en 1998, de la revista *Journal for Mathematics Teacher Education* (Even & Ball, 2009; Grevholm & Ball, 2008; Borba (Org.), 2006; Lerman, 2001; Lin & Cooney, 2001).

Así como al inicio de los noventa algunos investigadores comienzan a emplear el término desarrollo profesional para distinguirse de los espacios de formación clásicos, a fines de los noventa se profundizan los desacuerdos respecto al sentido atribuido a formación. En consecuencia, algunos autores comienzan a caracterizar con mayor detalle la noción de “*desarrollo profesional*” con el fin de

diferenciarse de la visión y lógica tradicional relacionada a la perspectiva de formación presente en los espacios denominados de “reciclaje” (Ponte, 1998, 2001; Cooney, 2001; Imbernón, 1994 y Hargreaves, 1998 citado en: Ponte, 2001). Estos autores coinciden en reconocer que, mientras la formación relacionada con “reciclaje” se suele asociar con cursos, el desarrollo profesional ocurre en múltiples espacios, que incluye cursos, proyectos, espacios para compartir experiencias, lecturas o reflexiones. Mientras que la formación sigue un movimiento de afuera hacia adentro del profesor, quien asimila conocimientos, en el desarrollo profesional el movimiento es de adentro hacia afuera dejando al profesor las decisiones básicas respecto a qué proyectos llevar a cabo y los modos de realizarlos. En espacios de formación clásicos se atiende a las deficiencias de los profesores mientras que en el desarrollo profesional se presta especial atención a las potencialidades del profesor. En la formación, el conocimiento es generalmente fragmentado en disciplinas mientras que en el desarrollo profesional, se implica al profesor como un todo reconociendo aspectos cognitivos, afectivos y relacionales. En síntesis, el desarrollo profesional podría ser caracterizado como un movimiento que tiene al profesor con su práctica como centro, abre procesos reflexivos, no se busca una media e involucra al profesor como un todo (Ponte, 1998; 1999). De modo similar aunque sosteniendo el uso de la palabra formación, Pérez Gómez (1997), propone focalizar el análisis sobre la formación del profesor reconociéndola como un proceso continuo en el que el profesor no es un sujeto aislado. Por lo contrario asume que el docente se encuentra inmerso en contextos histórico-sociales y de ese modo, sus perspectivas y prácticas no son independientes de las visiones de escuela, enseñanza, currículum o las tecnologías como entes constituidos históricamente y vigentes a lo largo de su formación. El modo en que Ponte caracteriza el desarrollo profesional o las delimitaciones sobre formación que ofrece Pérez Gómez, jugarán un importante rol en el inicio del siglo XXI.

### **2.1.3. Tercer Momento: Comprensión del Estado del Arte y una Mayor Delimitación de Ideas**

En los últimos diez años ha habido consenso no sólo en los supuestos básicos ofrecidos por Ponte y Pérez Gómez sino que la comunidad internacional

también acordó sobre la necesidad de fortalecer el área de investigación centrada en los procesos educativos de los profesores y de profundizar las discusiones sobre aspectos teóricos o metodológicos que sustenten los estudios. A partir de estos acuerdos, diversas organizaciones o investigadores relacionados con la Educación Matemática han comenzado a realizar esfuerzos por sistematizar las investigaciones centradas en el profesor con el fin de comprender la constitución de esta área de estudio como así también intentar delimitar objetos de estudio y conceptos involucrados. Ejemplos de estos esfuerzos son los realizados en el ámbito de ICME o ICMI que han creado diferentes espacios de discusión y grupos de trabajo constituidos por investigadores de varias regiones del mundo quienes han venido realizando valiosos informes. Muestras de ellos son los informes editados por Even & Ball (2009); Adler et al. (2008) o Grevholm & Ball, (2008). Otros ejemplos son los informes de los grupos de trabajo TSG 23 (Topic Study Group) y TSG 28 interesados en la formación de profesores constituidos durante ICME 10 (2004) e ICME 11 (2008) respectivamente, o el trabajo de Ponte & Chapman (2006). Estos trabajos, además de poner en evidencia una auténtica preocupación de la comunidad internacional por el área, ofrecen un trabajo con continuidades que ha posibilitado importantes avances para el área.

El interés de la comunidad internacional por fortalecer el área hará que en el año 2000, en ocasión del ICME 9, se constituya un grupo de estudio (Survey Team 3) integrado por Jill Adler (Sud África), quien tomó la responsabilidad de organizador del grupo, Débora Ball (Estados Unidos), Konrad Krainer (Austria), Fou-Lai Lin (Taiwan) y Jarmila Novotna (República Checa). Dicho grupo se propuso llevar adelante un análisis de investigaciones producidas entre 1999 y 2003 en el ámbito internacional. Si bien el grupo presentó el informe: "*Mirror images of an emerging field: Researching mathematics teacher education*"<sup>13</sup> en una de las reuniones plenarias del ICME 10, acontecido en 2004, los proceedings del congreso que contienen el informe escrito, aparecieron recién en 2008. En lo que sigue, por economía de espacio, me referiré al informe publicado en los proceedings como Adler et al. (2008).

---

13 Imágenes sobre un espejo de un campo emergente: Investigando la educación de profesores de matemática.

En este informe se aclara que, en el mismo, la palabra profesor se utilizará en un sentido amplio refiriéndose con ella tanto a los estudiantes de profesorado, como a los profesores en servicio y los profesores de profesores. Los autores recuerdan que el área de investigación centrada en los profesores emerge en un contexto de preocupaciones más amplias, las cuales no deberían perderse de vista en tales estudios. En ese sentido recomiendan no aislar las investigaciones referidas a la educación de profesores de las investigaciones producidas en el campo de la Educación Matemática.

Para sus análisis, los investigadores exploraron 282 trabajos seleccionados de diversas revistas, Handbooks, conferencias y proceedings del ámbito internacional. Es interesante señalar que si bien los autores indican que, en los 282 trabajos seleccionados, existe una prevalencia de artículos escritos en inglés fundamentalmente provenientes de estados de habla inglesa, también reconocen como una limitación de su trabajo el hecho de no haber podido analizar textos en español, alemán, francés, ruso o portugués. De los trabajos a los que pudieron acceder, encuentran que varios estudios se centran en contextos de educación de profesores y se focalizan en sus aprendizajes o sus cambios en el tiempo. Otros trabajos, en cambio, se centran en creencias y conocimientos de los profesores sin interesarse por el aprendizaje o el cambio de creencias e incluso, algunos de ellos, no se sitúan en contextos que impliquen cuestiones educativas relacionadas con el profesor o en los que el profesor cambie sus visiones. Dado que, una de las preocupaciones del grupo de estudio (Survey Team 3) era delimitar bajo qué condiciones una investigación puede ser calificada como indagación sobre el desarrollo profesional o formación de profesores, el grupo primero demarca tales condiciones. De ese modo indica que, una producción es considerada como una investigación en educación de profesores, si en ella se pueden encontrar evidencias de procesos educativos y de aprendizajes del profesor o grupo de profesores involucrados en el estudio. Tomando aquí aportes de Lerman (2001), el grupo produce un importante aporte para el área. Acorde al criterio delimitado, decidieron, por un lado, analizar sólo dos tipos de producciones. Un tipo estaba centrado en el aprendizaje, creencias, cambios o conocimientos de los profesores cuando docentes en servicio o alumnos de profesorado se involucraban en algún programa o actividad de educación. El otro tipo de trabajos considerados para el análisis fueron

producciones teóricas o meta análisis preocupados ambos por la educación de los profesores. Por otro lado, excluyeron todos aquellos trabajos que estudian creencias o conocimientos de los profesores independientemente del aprendizaje de dichos profesores.

En el informe de Adler et al. (2008) se indica que en la mayoría de los trabajos explorados se apela a metodologías cualitativas, hay una prevalencia de estudios de casos a escala pequeña en los que se involucran menos de nueve profesores generalmente todos pertenecientes a una misma escuela, o programa educativo. Para los autores, este hecho estaría hablando de la complejidad del objeto de estudio. Se puntualiza que los trabajos a pequeña escala levantan conjeturas que permiten contribuir con el avance del área. Se señala que existiría una tendencia a incrementar estudios a gran escala y que tal fenómeno se puede relacionar con la creciente demanda por una mejor educación para los profesores a raíz de los resultados reportados por dos importantes programas internacionales de evaluación, PISA (Program for International Student Assessment) y TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study). Ambos programas centran sus evaluaciones sobre los aprendizajes de los alumnos y los proyectos curriculares oficiales. En este caso, se observa nuevamente como la interrelación currículum-alumnos-formación de profesores puede influir sobre las tendencias en investigación vinculada a la formación de profesores.

Los autores encuentran que la gran mayoría de los trabajos analizados son producidos por formadores de profesores y están focalizados en los profesores con quienes dichos educadores están trabajando, tal como se perfiló el área en su primer momento. En el informe se señala que hay algunas cuestiones que han sido estudiadas extensamente aunque no exhaustivamente y hay otras en cambio que permanecen sin ser examinadas. Se han estudiado extensamente programas de formación que dan buenos resultados, sin embargo, es importante notar que la mayoría de estos estudios han sido realizados por quienes pusieron en marcha el programa y en principio no habría sorpresa en que se quiera mostrar que el mismo tuvo éxito. Se ha estudiado lo que ocurre con el profesor en situación de reformas y hay también indagaciones acerca de profesores actuando en comunidades de estudio. En los trabajos analizados, los investigadores encontraron muy pocos estudios acerca del aprendizaje del profesor fuera del contexto de una reforma. No



encontraron estudios que reporten sobre el aprendizaje que se produce en las experiencias de enseñanza cuando, en realidad, una gran parte del tiempo del profesor es dedicado a la enseñanza. Tampoco pudieron detectar trabajos que exploren el aprendizaje de profesores en contextos de diversidad. Por ejemplo, faltan trabajos que exploren la educación de los profesores cuando estos están inmersos en aulas con grupos de alumnos heterogéneos o cuando los docentes trabajan con estudiantes inmersos en contextos de desigualdad. Del mismo modo, en Adler et al. (2008) se reconoce la existencia de diferencias importantes en todo el mundo en cuanto a las posibilidades de acceder al conocimiento por parte de los profesores y que tal hecho amerita ser estudiado. Respecto a lo analizado hasta 2003, los investigadores indican que en ese momento quedaba bastante por hacer para poder comprender cómo aprenden los profesores, a partir de qué oportunidades y bajo qué condiciones.

Además de la presentación del informe de Adler, Ball, Krainer, Lin y Novotna, en ICME 10 (2004), también se generaría un nuevo informe. Tal informe provendría del grupo de estudio TSG 23: "*Education, professional life and development of mathematics teachers*"<sup>14</sup> focalizado en la educación, vida profesional y desarrollo de profesores de matemática que sesionó en el congreso. El grupo estuvo organizado por Milan Hejny (República Checa), Barbara Jaworski (Noruega), Sandy Dawson (Estados Unidos), Li Shiqi (China), Romulo Lins (Brasil) y Jeppe Skott (Dinamarca) y el informe del grupo se publicó en 2008 en los proceedings del congreso. Por economía de espacio me referiré a esta publicación por (Hejny et al., 2008). El grupo trabajó a partir de un conjunto de 27 contribuciones entre las que hubo estudios producidos en Brasil y en España, países no incluidos en informes anteriores.

Entre las discusiones producidas al interior del grupo tomó particular relevancia la relacionada con las diferencias entre procesos colaborativos y cooperativos en el aprendizaje de profesores que participan de grupos de trabajo. Se puntualizó que ambas palabras indican formas de trabajar juntos, de interactuar. Sin embargo, mientras que, en una interacción "*co-operativa*" los participantes "*se comunican y comparten sus trabajos pero no desarrollan ideas juntos*", en una interacción "*colaborativa, el trabajo es un producto conjunto de los participantes*"

---

14 Educación, vida profesional y desarrollo de profesores de matemática.

(Hejny et al., 2008, p. 395). En concordancia, con estas ideas, las prácticas de aula que ponen en juego interacciones colaborativas tienen particularidades. Tales prácticas se caracterizan porque en ellas el profesor juega un importante rol estableciendo el ambiente que estima adecuado y las tareas matemáticas propuestas plantean a los estudiantes un desafío tal que los lleva a reconocer la colaboración con otros como necesaria. En este mismo sentido, en varios de los trabajos discutidos en el TSG 23 se destaca, la importancia que representa para todas las fases del desarrollo del profesor, su participación en espacios colaborativos. Tales espacios pueden estar constituidos por sólo profesores o profesores e investigadores reunidos con el fin de investigar, examinar, revisar y registrar experiencias o para desarrollar y compartir conocimientos relacionados con la enseñanza de la matemática.

Cuatro años más tarde se produjeron dos eventos importantes para la comunidad internacional de educadores matemáticos, la celebración de los 100 años de ICMI y el ICME 11. En marzo de 2008, en ocasión de los 100 años de la constitución del ICMI, se reunieron diferentes grupos de trabajos constituidos por reconocidos investigadores del ámbito internacional. Uno de tales grupos focalizó su análisis sobre producciones centradas en “*La formación profesional del profesor de matemática*”. En dicha oportunidad, se presentaron 32 contribuciones<sup>15</sup> al grupo las cuales fueron analizadas por los miembros del mismo atendiendo a cuatro categorías de análisis: marco teórico, tema, resultados y metodología escogida. Las ideas principales de tal análisis se sintetizan en el escrito de Grevholm & Ball (2008), quienes tuvieron a su cargo la organización del grupo de trabajo y la redacción del informe final.

En relación con los *marcos teóricos*, se indica que, en los 32 trabajos presentados existe una rica diversidad de posiciones. Varios de los estudios no se ajustan a un determinado marco teórico propiamente dicho sino que se centran en algunos conceptos cruciales. De manera similar a lo reportado en Lerman (2001), se encuentra que el trabajo de Shulman (1986) aparece frecuentemente en las

---

15 Para una completa lista de los trabajos presentados consultar en:  
<http://www.unige.ch/math/EnsMath/Rome2008/> (Consultada en junio de 2010).

producciones como referencia y sustento de una visión del conocimiento profesional del profesor visto como una combinación de teoría y práctica.

En cuanto a *temas o conceptos centrales* presentes en los trabajos, se distinguen cuatro grupos principales cada uno de ellos centrados en: 1) el conocimiento matemático de los profesores, 2) el conocimiento de los profesores, sus conocimientos pedagógicos o conocimientos pedagógicos relacionados a contenidos matemáticos, 3) las prácticas de los profesores, la identidad profesional de los profesores y su desarrollo profesional y 4) las creencias y supuestos del profesor. Una cuestión que señalan las autoras es que estos grupos de conceptos centrales no siempre se encuentran explicitados o definidos con precisión en el cuerpo de los trabajos dificultando el contraste con otros trabajos.

Respecto a los **resultados** de los trabajos, se puntualiza que, no resultó fácil organizar su análisis ya que, en varios casos, las ideas que se asumen para presentarlos son diferentes de un trabajo a otro, o los conceptos centrales son también interpretados de distinta manera. Este hecho puede considerarse como una manifestación de la fragmentación del conocimiento de la comunidad internacional acerca de la formación de profesores o sobre sus prácticas, lo cual dificulta la interpretación. A pesar de ello, Boaler (2008) en su presentación en ICMI, enfatizó que los resultados de investigación que mejor han influido en la práctica educativa, son los estudios acerca del aprendizaje de los profesores. Las investigaciones a las que hace referencia Boaler son estudios o programas de investigación en los que, por un cierto período, el o los investigadores trabajan juntos con los profesores para incluir en las prácticas de aulas algunos resultados de investigación (Boaler, 2008 ; Grevholm & Ball, 2008).

En cuanto a las *metodologías de investigación*, hay coincidencia con el informe de Adler et al. (2008) al reconocer que en la mayoría de los trabajos se apela a estudios de casos o estudios a pequeña escala. Del mismo modo, si bien hay algunas excepciones, la mayoría de los trabajos emplean abordajes cualitativos. En cuanto a los instrumentos de recolección de datos se recurre a observaciones de clases, entrevistas y escritos de historias de formación. Se encuentran estudios de casos en profundidad en los que se combinan observaciones y entrevistas. Hay ejemplos de investigaciones sobre proyectos de intervención, de investigación-acción o de innovaciones. Se señala en concordancia con Adler et al. (2008) que

también existen trabajos preocupados por discusiones de naturaleza teórica focalizados en el desarrollo de la problemática de formación o algunos conceptos particulares. Ejemplos de ellos son los trabajos aportados por Skott (2008) y Mason (2008) que ya mencionara en secciones anteriores.

En julio de 2008 tuvo lugar en Monterrey (México), el ICME 11. En tal evento y de manera similar a lo ocurrido en ICME 10, se constituyó el grupo de trabajo temático centrado en la educación de profesores e identificado, en esta oportunidad, como TSG 28. Actuaron como coordinadores del grupo, los doctores Nadine Bednarz, de Canadá y Dario Fiorentini de Brasil. El TSG 28 focalizó su trabajo en “*Inservice Education, Professional Life and Development of Mathematics Teachers*”<sup>16</sup>. El foco del grupo TSG 28, representa la continuidad de preocupaciones anteriores de la comunidad internacional, sobre la naturaleza de ser y desarrollarse como profesor de matemática y el aprendizaje para y en la práctica. Del mismo modo, se extiende el interés por conocer experiencias y abordajes de desarrollos producidos en diferentes países con el fin de sostener el desarrollo profesional de profesores de matemática, en práctica y desde la práctica (en: <http://tsg.icme11.org/tsg/show/28>).

De las problemáticas tratadas en las contribuciones para el TSG 28, se pudieron reconocer cinco sub-temas de estudio; se habla de sub-tema para enfatizar que todos los trabajos aportan a la temática sobre la educación de profesores. La síntesis sobre estos sub-temas la realizo a partir del texto sobre el TSG 28 al que accediera al consultar entre mayo y agosto de 2010 la página: <http://tsg.icme11.org/document/get/423>.

El primer subtema corresponde a “*La vida profesional de los profesores y el desarrollo profesional en práctica*”. En este caso, se hace foco sobre el estudio de diferentes experiencias vividas por profesores y las contribuciones de tales experiencias para su desarrollo profesional el cual es considerado como situado y enraizado en la práctica profesional de los profesores. El segundo sub-tema se

---

16 *La Educación en servicio, la vida profesional y el desarrollo de profesores de matemática* (<http://tsg.icme11.org/tsg/show/28>).

centra en “*Diferentes abordajes de desarrollo profesional focalizados en la matemática*”. Estos abordajes se caracterizan por haber sido desarrollados por investigadores o formadores de profesores con el fin de contribuir con una comprensión más profunda de la matemática que enseñan los profesores. Los trabajos que componen este sub-tema abrieron la necesidad de continuar indagando acerca del tipo de matemática que está en el centro de tales abordajes. El tercer sub-tema se interesa por “*Abordajes/Experiencias de desarrollo profesional desarrolladas en una enseñanza de la matemática articulada con la práctica*”. Los diferentes abordajes tratados fueron desarrollados por investigadores o educadores de profesores, articulados con la práctica y teniendo en cuenta las voces o puntos de vistas de los profesores como así también sus conocimientos profesionales. Aquí se identifica como importante tratar de responder la pregunta: ¿qué ocurre con el conocimiento profesional que tiene lugar en tales abordajes? En este sub-tema coexisten dos tipos de trabajos. Uno de ellos enfatiza su mirada sobre el trabajo colaborativo y el otro centra la exploración en actividades de escritura o de naturaleza investigativa y la auto regulación del profesor o grupo de profesores en sus procesos de aprendizaje. El cuarto sub-tema se preocupa por “*El desarrollo profesional y los cambios curriculares*”. Aquí se recuerda que hoy las escuelas enfrentan nuevas reformas plasmadas en textos curriculares y que tales cambios se producen bajo un modelo de “arriba hacia abajo”, en el que arriba estarían los sistemas educativos y abajo las escuelas. Una cuestión interesante planteada alrededor de este sub-tema se relaciona con la búsqueda de modos en los que educadores matemáticos pueden aportar en esta problemática apoyando a quienes están involucrados en el cambio pero respetando sus contextos de práctica. El quinto y último sub-tema se focaliza sobre “*La conceptualización del desarrollo profesional y el abordaje del desarrollo a nivel macro*”. Este sub-tema compuesto de sólo un trabajo producido en Gran Bretaña (Geest et al., 2008) propone un modo diferente de abordar la comprensión del desarrollo continuo del profesor de matemática buscando resolver la brecha entre investigación y práctica. El hecho que haya habido sólo un trabajo concuerda con la tendencia ya señalada en los informes anteriores que estarían indicando la ausencia de trabajos longitudinales.

Acorde a los informes producidos en el marco de ICME o ICMI, podría indicar que las investigaciones relacionadas con la educación de profesores se caracterizan

por su diversidad en marcos teóricos y abordajes metodológicos, algunas fragmentaciones en la organización del conocimiento y quizás falta de precisión en algunos conceptos. A pesar de ello, no se puede negar que la existencia y diversidad de las indagaciones han posibilitado la emergencia del área. Hoy contamos con criterios más claros y consensuados para delimitar si una producción pertenece o no al área, podemos reconocer los objetos de estudio y la complejidad que ellos encierran. Hoy hay una mayor presencia de contribuciones de América Latina en el ámbito internacional como es el caso de la presencia de Brasil en ICME 10 e ICME 11 lo cual posibilita ampliar los marcos de análisis. Hoy contamos con una diversidad y mayor precisión de visiones y conceptos que de un modo u otro permiten reflexionar y contribuir con el proceso de formación o proceso educativo de los profesores de matemática. Conceptos tales como formación o desarrollo profesional han generado espacios de discusión con el fin de comprenderlos y delimitarlos de modo amplio, tanto para los trabajos de investigación como para abrir espacios de formación o desarrollo profesional.

## **2.2. ¿Qué Significa Hoy Hablar de Desarrollo Profesional o Formación?**

En los espacios de desarrollo profesional construidos bajo las lógicas de formación propuestas por Ponte (2001, 1998) y Pérez Gómez (1999), antes citadas, el modelo de formación es otro, distinto al clásico. Tal modelo se correspondería con el modelo reflexivo-investigativo propuesto por Fiorentini (2001) en el que el profesor, movilizado por los constantes desafíos que le plantea su práctica cotidiana, busca continuamente nuevos saberes o se decide a intervenir en nuevas experiencias resignificando su práctica y sus saberes. En este modelo el profesor está “conectado” con nuevas ideas o contribuciones interactuando con otros y participando colaborativamente en proyectos grupales.

En las ideas anteriores de desarrollo profesional o formación, se evidencia un cierto movimiento en el que el docente, con su acción, imprime el impulso necesario para producirlo. La idea de movimiento es recuperada también por Larrosa (1996, 2006) quien, al igual que Pérez Gómez (1999) habla de formación no en el sentido tradicional de la palabra sino de un modo compatible con la idea de desarrollo profesional propuesta por Ponte (1998, 2001) y sostenida por investigaciones actuales. En la construcción de su idea, Larrosa (1996, 2006) parte del concepto de

experiencia y reconoce que los saberes de la experiencia acontecen por la reacción del sujeto con las circunstancias vividas significativamente produciendo movimiento a lo largo de la vida del sujeto dentro o fuera del ámbito profesional. En ese sentido Larrosa considera la formación como:

*...un proceso temporal por el cual algo alcanza su forma. Su estructura básica, es un movimiento de ida y vuelta que contiene un momento de salida de sí seguido de otro movimiento de regreso a sí. El punto de partida es siempre lo propio, lo cotidiano, lo familiar o lo conocido que se divide, se separa de sí mismo para ir hasta lo ajeno o lo extraño o desconocido y regresar después formado o transformado al lugar de origen (p. 315).*

Larrosa asume que el sujeto ejerce la acción de formación, ésta depende de las interacciones con otros sujetos, no hay una prescripción o norma y produce un “*devenir plural y creativo*” (p. 384 -385).

Esta idea de formación, es compatible con la de Bicudo (2003b) quien profundiza la comprensión del significado del término formación realizando una incursión en la literatura propia y de otros autores. Bicudo indica que para el griego del período homérico, “*la fuerza educadora que asegura el éxito educativo reside en el hecho de despertar el deber en base a un ideal*” (p. 31) construido por la conciencia sobre los problemas de la vida. Acorde a esta idea, el significado de formación involucra la noción de perseguir un ideal pero sin asumir la búsqueda de una forma perfecta y rígida sino como “*lo que imprime dirección para un movimiento*” (p. 31). Aquí se entiende al ideal como *forma* que materializa modos de vida, que imprime dirección y **acción** que impulsa a la persona a un acto. Al contrastar las nociones de educación, desarrollo y formación, la autora relaciona educación con desarrollo y formación con aquello que le imprime dirección al proceso. Finalmente, articula *formación/educación/conocimiento* en un fino entramado que le permite referirse a la formación del profesor como aquello que *forma* al profesor en la *acción* de hacer y reflexionar sobre lo hecho en aula. Así, la *forma/acción* del profesor tiene como núcleo la investigación y es una *forma/acción* que se da continuamente en servicio (p. 44).

Bicudo y Larrosa, enriquecen el sentido atribuido a formación, poniendo el acento en un movimiento con continuidad y determinado por el sujeto que se forma.

Bicudo (2003b) es quien pone el acento en la investigación, por parte de quien se encuentra en el movimiento de formación, en el núcleo del proceso. Larrosa (1996, 2006) enfatiza la interacción con los otros en el proceso de formación.

En esta misma línea de pensamientos, Guérios (2005) también considera la formación como un movimiento que pone en juego un proceso permanente de constitución profesional del profesor enfatizando *“la experiencia como centro de la constitución del sujeto”* (p.134).

En Ferreira (2008), Costa & Fiorentini (2007), Passo et al. (2006) y Fiorentini & Castro (2003) hay también concordancia en considerar la formación docente y desarrollo profesional como un proceso personal, continuo que puede tomar múltiples formas. *“Ocurre a lo largo de toda la vida integrado a las prácticas sociales y a las cotidianidades escolares de cada uno, ganando intensidad o relevancia en algunas de ellas”* (Passo et al., 2006, p. 5). En Fiorentini & Castro (2003) se señala que el desarrollo profesional tiene lugar en *“múltiples espacios y momentos de la vida e involucra aspectos personales, familiares, institucionales y socioculturales”* (p. 124). Los autores antes mencionados no sólo amplían la noción de formación sino que también aportan una rica interrelación entre formación inicial del profesor y desarrollo profesional en proceso de formación continua enfatizando, como Guérios (2005) o Britzman (2003), la formación como un proceso de constitución del sujeto, como un movimiento de llegar a ser profesor.

Richit (2010) tomando aportes de varios de los autores anteriores, enfatiza además la necesidad de hacer explícitas dos dimensiones que tienen implicancias en el desarrollo del profesor aunque no siempre parecen ser visibles en algunas nociones de desarrollo profesional. Una de estas dimensiones, que interfiere en el desarrollo del profesor, se relaciona con *“los modos en que se planifican y ejecutan las acciones formativas, conectadas o no al contexto real del profesor”* (p. 37). La otra dimensión se vincula con *las políticas educativas públicas* al igual que con *“el respaldo de legitimación”* de la actividad docente, reconociendo que estos dos aspectos *“pueden favorecer o no la formación del profesor a medida que se multiplican las acciones formativas y se prioriza y valoriza la profesión docente”* (p. 37). La primera dimensión es de orden micro, destaca cuestiones organizativas y contextuales y depende del posicionamiento teórico e ideológico de quienes organizan los espacios de formación y el lugar que se otorga al profesor y su



práctica. Mientras que la segunda dimensión es del orden de lo macro, relacionándose con políticas educativas y la valoración del trabajo docente. Ambos aspectos tornan visibles una fuerte carga ideológica respecto al desarrollo profesional docente. En este sentido es importante puntualizar que Richit (2010) adhiere a la noción de “*formación contextualizada*” caracterizada como aquella formación que se organiza acorde a las necesidades o *cuestiones identificadas con los profesores* y se lleva a cabo en sus ámbitos profesionales o la que se realiza en otros espacios de formación en los que las acciones se desarrollan acorde a las cuestiones que el profesor lleva a tales espacios. En ambos casos se revalorizan las dificultades, experiencias y conocimientos del profesor producidos en práctica escolar.

En Eve & Ball (2009), se habla de “*Educación Profesional en práctica*” y “*Desarrollo Profesional en práctica*” y se reconocen tres fases en la constitución del profesor centradas todas en sus correspondientes prácticas. La primera fase corresponde al período de cursado del profesorado y toma como centro las prácticas de los estudiantes de profesorado. La segunda fase corresponde a los primeros años de trabajo como profesor y focaliza en la práctica de ese nuevo profesor. La primera y segunda fases corresponderían a lo que se denomina Educación Profesional en práctica. La tercera fase se inicia luego de los primeros años de trabajo del profesor y se centra en el aprendizaje del profesor a lo largo de su vida. En definitiva, el profesor no es la suma de sus experiencias educativas ni objeto de formación, sino, sujeto de su desarrollo profesional, el cual combina actividades formales e informales. El desarrollo profesional requiere tiempo, experiencia y flexibilidad sin ser conformado por una agenda externa al profesor (Ponte, 2008).

En Ponte (2008), el autor puntualiza aspectos que sintetizan en parte su trayectoria de investigación y que él considera juegan un importante rol en la formación de profesores de matemática. Entre ellos menciona: 1) la colaboración como un elemento crítico en la cultura profesional del profesor y que posibilita resolver problemas de la práctica que van más allá de las posibilidades de un docente actuando aisladamente; 2) las propuestas de proyectos como estrategias para producir cambios y 3) la educación de los profesores y el desarrollo profesional como procesos complementarios. Cabe indicar que, apoyado en ideas de Boutinet (1990, citado en Ponte, 2008), Ponte considera que un proyecto implica asumir un

fin y un programa y que en un proyecto subyace la necesidad de “*construir y regular actividades de acuerdo a las necesidades, los actores, las condiciones, los recursos y la evolución del proyecto*” (Ponte, 2008, p.2).

Finalmente Ponte (2008) reconoce que el campo de la Educación Matemática puede contribuir con el desarrollo de profesores de matemática y cabe al educador matemático la responsabilidad de apoyar el desarrollo de profesores sin ignorar la naturaleza del tal proceso ni los contextos de prácticas. Transmitir conceptos, prácticas o teorías que no responden a las necesidades del profesor ya se ha mostrado como un acto no productivo. Pregunta Ponte: “*En tal situación, ¿cómo usar el creciente cuerpo de conocimientos del campo para contribuir con el desarrollo profesional de los profesores?*” (p.3).

### **2.3. Algunas Contribuciones: Trabajo Colaborativo, Actividades que Promuevan Aprendizaje en y para la Práctica y Comunidades de Aprendizaje.**

Una posible respuesta a la pregunta anterior planteada por Ponte, es proponer trabajos colaborativos entre investigadores y docentes centrados tanto en la teoría como en la práctica y en los que el profesor asuma un proyecto personal (Ponte, 2008). Otros autores se han hecho preguntas similares a la de Ponte y han propuesto también sus ideas tomando aportes de algunas investigaciones del área que indicarían que las actividades o tareas propuestas en procesos de desarrollo profesional, parecen jugar un rol muy importante en los aprendizajes de los profesores (Eve & Ball, 2009). Varias preguntas surgen entonces: ¿qué tipo de actividades o tareas resulta conveniente proponer o producir en procesos de desarrollo profesional?, ¿cómo aprenden los profesores?, ¿qué aprenden?

Los profesores aprenden en, para y desde la práctica. Ellos aprenden a diseñar sus actividades de enseñanza, a buscar nuevas ideas, nuevos materiales y preparar tareas para sus alumnos. Aprenden al escuchar las respuestas de sus alumnos, sus preguntas o comentarios, aprenden cuando reflexionan sobre lo acontecido en el aula y sobre sus acciones cuando se involucran en proyectos. Los profesores aprenden de ellos mismos, de sus actividades, de sus reflexiones sobre sus actividades e involucrados con una escuela particular, en un contexto social, en interacción con otros, particularmente con sus alumnos, colegas, administrativos,

padres, y otros miembros de la comunidad. Los profesores aprenden conocimientos y valores profesionales. Aprenden acerca de su rol profesional en conexión con colegas (Ponte & Chapman, 2006, Fiorentini et al., 2005, Jaworski, 2004).

Las comunidades de aprendizaje o grupos de profesores o profesores e investigadores que presentan cierta estabilidad en términos de miembros involucrados en algún tipo de actividad en la que se aprende juntos o en la que aprenden los unos de los otros representan contextos especiales de aprendizaje para los profesores (Jaworski, 2004). En una comunidad de aprendizaje la negociación de los sentidos es un proceso complejo que toma su tiempo. Sólo estando muy atentos y comprometidos con lo que los otros hacen, sienten, y cuestionan, los participantes pueden compartir significados. La idea de comunidades de aprendizaje, enfatiza un profesor que aprende en comunidades que se constituyen en un ambiente en el cual los participantes comparten experiencias, sentidos, conocimientos, lecciones, e historias de prácticas escolares (Fiorentini et al., 2005).

#### **2.4. Una Mirada Local en Perspectiva**

Para revisar las producciones locales referidas a investigaciones centradas en la educación de profesores de matemática, exploré resúmenes de reuniones y publicaciones locales. Respecto a los resúmenes, accedí a los producidos en sucesivos encuentros de la Reunión de Educación Matemática (REM), la Conferencia Argentina de Educación Matemática (CAEM) y la Reunión Pampeana de Educación Matemática (REPEM). Las publicaciones exploradas son los sucesivos números de: *Yupana* (Revista de Educación Matemática de la Universidad Nacional del Litoral, que se publica desde el año 2004), *Premisa* (Sociedad Argentina de Educación Matemática, que se publica desde mayo de 1999) y la Revista de Educación Matemática (FaMAF-UNC, que se publica desde 1982). En principio no hay una presencia importante de la temática de formación de profesores de matemática en los resúmenes y publicaciones consultadas. La mayoría de los trabajos son producidos por educadores matemáticos a partir de su propia práctica fundamentalmente con futuros profesores o algunos con docentes en servicio. La

idea de práctica reflexiva está presente en la mayoría de los trabajos explorados sin embargo algunos profundizan más que otros la discusión al respecto. Colombo & Etchegaray (2009) destacan la importancia de la reflexión de estudiantes de profesorado sobre los objetos matemáticos que involucran en actividades centradas en la matemática personal. Esta reflexión está vista como clave no sólo para que el futuro profesor aprenda matemática sino también para que aprenda a enseñar matemática. Joulíá (2005) discute sobre una configuración para las prácticas docentes en la que rescata el valor de una experiencia reflexiva sobre la enseñanza de la matemática para la formación de los futuros profesores. En una reflexión propia, Engler (2005) realiza una discusión general sobre la tarea del docente contrastándola con las sugerencias de varios autores reconocidos en el campo internacional o local y pregunta si en nuestras aulas se están atendiendo a tales recomendaciones. Las creencias y las concepciones de los profesores son también aspectos que han estado presentes en las producciones analizadas. Por ejemplo, mientras que Dodera et al. (2008) estudian las concepciones y creencias de profesores universitarios referidas a la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, Montoro (2008) se interesa por las concepciones de los estudiantes de profesorado respecto a la demostración matemática. Con otras preocupaciones por delante, Pekolj & Pérez (2009) presentan y discuten brevemente en relación a un proyecto de capacitación cooperativa entre una universidad nacional y una escuela pública de nivel medio caracterizada por la heterogeneidad. El proyecto está planificado para ser ejecutado en tres años al término de los cuales se espera producir un texto. La cooperación es tal que los docentes proponen los contenidos matemáticos sobre los que les interesa profundizar y recibir apoyo de la universidad. Estos contenidos son la base para organizar nuevas actividades para sus aulas.

Si se contrastan estos trabajos con el panorama internacional antes descripto, quizás podría indicar que algunas de nuestras producciones se acercan más a los estudios realizados en los noventa según lo describe Lerman (2001). Sin embargo su existencia significa un importante logro para el desarrollo del campo de la Educación Matemática en Argentina.

Teniendo en cuenta el panorama internacional o local relacionado con la educación o desarrollo profesional de profesores de matemática y considerando que el foco particular de interés de la tesis se encuentra sobre el desarrollo profesional

de profesores de matemática en escenarios de modelización, cabe preguntarse: ¿qué particularidades adquieren las investigaciones cuándo en procesos de desarrollo profesional se ponen en juego actividades vinculadas con la modelización matemática? Con el fin de responder a esta cuestión presento a continuación un análisis de la literatura relacionada.

### **3. Las Investigaciones Centradas en la Educación de Profesores que Ponen en Juego Actividades Vinculadas con la Modelización Matemática**

En principio, el análisis de las investigaciones relacionadas con procesos de desarrollo profesional de profesores en el que se evidencian actividades de modelización es complejo. Su complejidad reside en que tales investigaciones estarían sintetizando voces provenientes de dos áreas de investigación muy vitales y reconocidas en el campo de la Educación Matemática. Sintetiza las voces provenientes de un discurso relacionado con, la modelización matemática como quehacer matemático y las implicancias de este discurso en el quehacer pedagógico y las voces que han ido emergiendo dentro del área de investigación interesada en la educación de profesores. En este sentido, y como se advierte en Adler et al (2008), las investigaciones que intento analizar no escapan al movimiento de las investigaciones del campo de la Educación Matemática.

Respecto a las investigaciones centradas en procesos de desarrollo de profesores cuando la modelización matemática es protagonista, he tratado de sintetizar aquellas que son relevantes al problema de estudio en la tesis. Para organizar el análisis y comprensión de tales investigaciones, formulé a la literatura las siguientes preguntas:

- 1) ¿cuál es el contexto de emergencia de tales investigaciones?,
- 2) ¿qué perspectivas relacionadas con la modelización emergen?, ¿cómo se vinculan tales perspectivas con la resolución de problemas? ¿qué implicancias tienen respecto a las investigaciones o los posicionamientos didácticos?
- 3) ¿qué tipo de estudios prevalecen, y cuál es el centro de discusión de los mismos?

- 4) ¿qué rol juegan en dichas investigaciones las voces provenientes del área de investigación preocupada por la educación de profesores? y
- 5) ¿cuál es el panorama local?

En lo que sigue presento y discuto algunas respuestas a estas preguntas.

### **3.1. Contexto de Emergencia**

Como se discutió en la sección 2 de este capítulo, la reforma curricular conocida como reforma de la matemática moderna tuvo una importante impronta en el desarrollo del campo de la Educación Matemática, influyendo no sólo en el área de investigación relacionada con la educación de profesores sino también con las investigaciones que toman como centro la modelización matemática.

Como bien se señala en Coxford (Ed.) (1970), el currículum escolar relacionado con la matemática casi siempre se ha visto tensionado entre visiones de la matemática compatibles con las de la matemática aplicada o las de la matemática pura. En su momento, con la reforma de la matemática moderna, se termina resolviendo la tensión colocando en primer lugar la voz de la matemática pura (Bicudo, 2003b). Decir matemática pura es decir abstracción y colocar una mirada hacia el interior de la propia matemática, ya sea en las actividades de los matemáticos como en las actividades para el aula. Sin embargo, tal reforma no acalló totalmente las voces de aquellos interesados por la matemática aplicada de tal modo que, a mediados de los sesenta, comenzaron a hacerse escuchar. Entre tantas voces próximas a la matemática aplicada que realizaron valiosos aportes cabe destacar las de Hans Freudenthal y Henry Pollak, dos reconocidos matemáticos y educadores, que de un modo u otro, proponían una integración entre las aplicaciones y la modelización en la enseñanza de la matemática. A mediados de los setenta, se publican varios informes producidos por la Sociedad para la Matemática Aplicada a la Industria (SIAM, por su sigla en inglés), en los que se reconoce la capacidad de los jóvenes matemáticos para resolver problemas pero se advierte sobre las dificultades de los mismos para formular problemas, planificar trabajos y realizar una crítica a su producción o comunicarla a otros. El contexto de discusiones de los setenta, tuvo impacto primero sobre el currículum relativo a la

formación de los matemáticos y más tarde impulsó cambios curriculares en escuelas secundarias principalmente de Europa y Estados Unidos. Entre 1975 y 1990, algunos matemáticos o educadores matemáticos, impulsores de la modelización y la aplicación matemática, comienzan a trabajar en el desarrollo de propuestas curriculares y la construcción de materiales en varios países y para varios niveles de enseñanza. Se comienzan a dictar cursos para profesores o a trabajar con profesores haciendo énfasis en el diseño y conducción de algunas experiencias de enseñanza. En 1978 se publica el *Journal of Mathematical Modelling for Teachers* (Revista de Modelización Matemática para Profesores) que en 1981 cambia de nombre a *Teaching Mathematics and its Applications* (Enseñanza de la Matemática y sus Aplicaciones)<sup>17</sup>. En los ochenta las investigaciones y la enseñanza centradas en la resolución de problemas adquieren una particular relevancia en el campo de la Educación Matemática (Kilpatrick, 1992; Schoenfeld, 1992). En este período y propiciado por el matemático norteamericano Philip Davis, entre otros, se comienza a discutir sobre la relación entre la matemática aplicada y aspectos sociales y políticos vinculados a ella. Este tipo de discusión se encuentra también en los trabajos o experiencias que se realizan desde los ochenta en Brasil tomando como principales referentes a los matemáticos y educadores Ubiratan D'Ambrosio y Rodney Bassanezi (Araújo, 2010). En ese período se inicia la sistematización y análisis de los supuestos teóricos sobre los que se fundamentan la introducir de las aplicaciones y la modelización en la enseñanza o sobre los que se apoyan las investigaciones. Al respecto, en Kaiser & Sriraman (2006) o en Blomhøj (2009) se presentan siete perspectivas principales que contemplarían las tendencias en las investigaciones relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje de la modelización y las aplicaciones matemáticas. Tales perspectivas no son mutuamente excluyentes pero tienen particularidades en cuanto a los modos de investigar o considerar la enseñanza y el aprendizaje relacionados con la modelización matemática. En dicho lapso de tiempo, se produce también un crecimiento en las investigaciones teóricas y en estudios interesados en el desarrollo profesional de profesores vinculado a actividades de modelización.

---

17 Esta revista es una de las seis que edita The Institute of Mathematics and Its Applications de Gran Bretaña y que es publicada por Oxford University Press.

El contexto de emergencia de las investigaciones que relacionan desarrollo profesional y modelización se caracteriza por estar inmerso en un proceso en el cual se revalorizan las aplicaciones y la modelización matemática, se repiensa la formación de matemáticos e implica cambios curriculares que fueron apoyados y acompañados con producciones de educadores matemáticos. Tales educadores, comienzan a preocuparse por la formación de profesores acorde al cambio curricular, pero en un ambiente de investigación en el que la resolución de problemas y las aplicaciones de la matemática habían adquirido un particular protagonismo. Reconociendo vínculos entre resolución de problemas y modelización, se abrieron discusiones con el fin de dimensionar tales vínculos y las perspectivas asociadas. Es sobre estas discusiones que a continuación centro mi atención aunque reconozco que es posible plantear otro tipo de análisis como por ejemplo el realizado en Kaiser & Sriraman (2006).

### **3.2. Perspectivas Relacionadas con la Modelización, Sus Vínculos con las Aplicaciones y la Resolución de Problemas**

Como se señala en Houston et al. (2008), la modelización matemática es “*un modo de vida*” de los matemáticos profesionales interesados por lo que se denomina “matemática aplicada”. La actividad relacionada con la modelización matemática es una actividad que guarda similitudes con el método científico y puede ser mirada como un marco de investigación. La modelización es utilizada en varias áreas de conocimiento de tal modo que, el matemático, en colaboración con otros expertos, crea un modelo que permite resolver y explicar problemas vinculados con un fenómeno en estudio. Otra actividad que algunos autores identifican con la modelización, es aquella en la que, matemáticos o científicos, aplican un modelo ya construido. Un aspecto interesante es que, quizás, como consecuencia de la aplicación, el modelo ya existente puede llegar a ser mejorado (Houston et al, 2008). En este sentido, la modelización matemática crece de algún modo integrada a la resolución de problemas y a las aplicaciones. Sin embargo, como indican Zawojewski, (2010), Borba & Villarreal (2005) y Blum et al. (2003), aunque tanto aplicaciones como resolución de problemas entrañen semejanzas con modelización, también presentan importantes diferencias. Así como es importante considerar las



tres actividades de un modo integrado, también es importante poder distinguir las diferencias entre estos tres términos o entre las relaciones que se pueden establecer entre ellos. Vale la pena reflexionar sobre estos aspectos ya que, los posicionamientos que se tomen al respecto tienen importantes influencias sobre las decisiones didácticas y las investigaciones en el campo.

Como se señala en Blum et al. (2003), los términos aplicaciones y modelización se han vinculado con varios “tipos de relaciones entre mundo real y matemática” (p. 153) en las que se considera como “mundo real cualquier cosa que tiene que ver con la naturaleza, la sociedad, la cultura, incluyendo la vida diaria u otras disciplinas escolares o científicas diferentes a la matemática” (p. 152). Sin embargo, los autores realizan distinciones entre modelización y aplicación. Tal distinción se vincula con la relación entre matemática y mundo real que es posible establecer con uno u otro proceso. En la modelización se produce un movimiento que va del mundo real a la matemática mientras que en la aplicación el camino es inverso.

En relación con la resolución de problemas y la modelización las discusiones son amplias y se centran en las distinciones o vinculaciones entre ambos procesos (Zawojewski, 2010; Mousloulides, 2009; Borba & Villarreal, 2005; Lesh et al., 2003; Blum & Niss, 1991).

Zawojewski (2010) y Zawojewski & Lesh, (2003), reconocen que las visiones clásicas que involucran al problema como una tarea dependiente de quien resuelve y a la resolución de problemas como una actividad cuyo fin es buscar técnicas o procedimientos que permitan resolver dicha tarea, implican limitaciones para las investigaciones. En ese sentido proponen considerar la resolución de problemas en términos de modelización asumiendo que “una tarea o actividad se constituye en problema (o problemática) cuando quien resuelve el problema (que puede ser un grupo colaborativo de especialistas) necesita desarrollar un mejor modo de pensar matemáticamente acerca de la situación dada” (Zawojewski, 2010, p. 238). Desde esta perspectiva existen diferencias importantes entre la visión clásica de resolución de problemas y la modelización. Desde la visión clásica la información dada en la tarea y la respuesta esperada para ella pueden ser vistas como estáticas y no cambiantes. En la perspectiva centrada en modelización, la información y la solución son dinámicas, están constantemente en proceso de reinterpretación y capaces de

ser modificadas y reformuladas dependiendo de las condiciones de la situación o las posibilidades de quienes estén involucrados en el proceso de modelización. Otro aspecto que parece importante destacar es que, mientras en la visión clásica, si los procedimientos seleccionados no conducen a la solución buscada son considerados erróneos o no adecuados, en la visión basada en modelización aunque se comience a trabajar con ideas que pueden estar bien o mal, ambas son vistas como partes constituyentes del proceso continuo de búsqueda o mejoramiento del modelo.

La perspectiva que se brinda en Zawojewski (2010) y Zawojewski & Lesh, (2003) ofrece una mirada amplia y representa un avance en cuanto a los modos de representar la resolución de problemas en relación con la modelización matemática. Tal perspectiva es compartida y profundizada por otros autores quienes consideran el proceso de modelización como una actividad de resolución de problemas. Los investigadores asociados con esta visión, designan el proceso como ciclo de modelización (Kaiser et al., 2010; Spandaw & Zwaneveld, 2010; Ferri & Blum, 2009; Mousloulides, 2009; Lesh & Doerr, 2003; Lesh et al., 2003). Como condición previa al inicio del ciclo de modelización, es necesario contar con una “situación- problema” o tarea dada, en el caso de modelización en ámbitos educativos, la tarea o situación-problema es escogida o creada por el profesor o un investigador. Tal tarea no es rutinaria, es abierta y requiere que el alumno o grupo de alumnos interpreten matemáticamente una situación compleja y realista vinculada al mundo real o extra matemático. Dicho de otro modo la tarea debe ser una tarea “*auténtica*” (Spandaw & Zwaneveld, 2010, Maaß & Gurlit, 2009). Dada la tarea, se inicia el ciclo de modelización en el que es posible identificar cuatro pasos esenciales e interconectados: 1) comprensión y simplificación del problema dado , 2) manipulación del problema y desarrollo del modelo, 3) interpretación de la solución lograda y 4) validación del modelo y modificación del mismo si es necesario; en caso que se requiera, se reinicia el ciclo (Kaiser et al., 2010; Spandaw & Zwaneveld, 2010; Ferri & Blum, 2009; Mousloulides, 2009; Lesh et al., 2003).

Si consideramos ideas de Bassanezi (2002) y las relacionamos con posibles vinculaciones entre los procesos de resolución de problemas y modelización veremos que existen ciertas similitudes con lo expresado por los autores antes mencionados pero que también hay algunas diferencias importantes. Para iniciar el

análisis primero muestro el proceso de modelización acorde a Bassanezi, apelando a la siguiente figura:

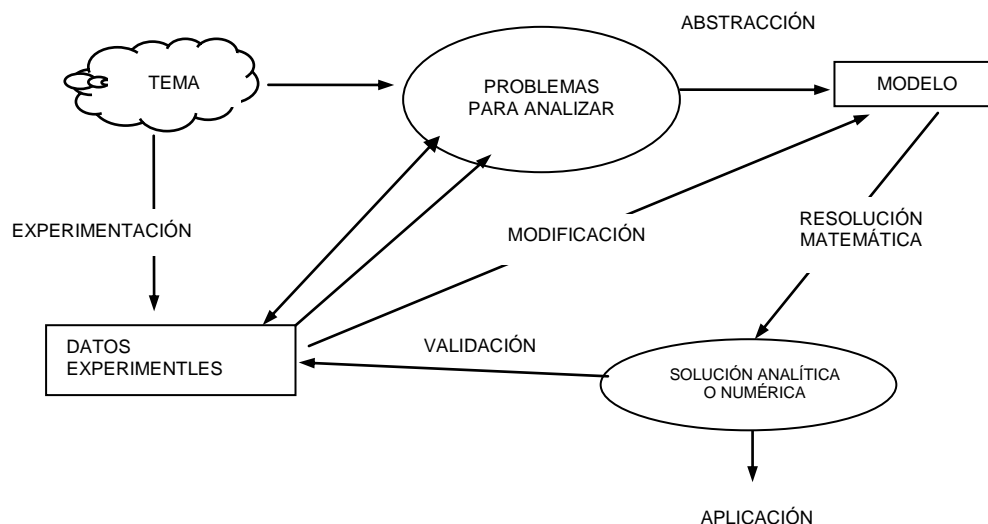


Figura N° 1: Esquema del Proceso de Modelización Matemática (adaptado de Bassanezi, 2002).

Este esquema ilustra un proceso de modelización matemática completo en el que se conectan ideas, hechos y actividades matemáticas que van modificándose sin seguir un orden lineal sino acorde a los productos alcanzados en cada momento del proceso. En el proceso completo se identifican seis subprocesos: 1) experimentación, 2) abstracción, 3) resolución, 4) validación, 5) modificación y 6) aplicación<sup>18</sup>.

Observamos que si bien los subprocesos 2) a 5) descritos por Bassanezi son similares a los pasos del ciclo de modelización establecidos por (Kaiser et al., 2010; Spandaw & Zwaneveld, 2010; Ferri & Blum, 2009; Mousloulides, 2009; Lesh & Doerr, 2003; Lesh et al., 2003) existen dos diferencias sustanciales entre ambas perspectivas, con importantes implicancias en lo educativo.

La primera diferencia es que, desde la perspectiva de Bassanezi, en un proceso de modelización completo, quien modeliza se involucra en la selección de un tema de estudio y la delimitación del problema correspondiente. En instancias

<sup>18</sup> En el Capítulo IV se caracterizan con detalles cada uno de los cinco subprocesos.

educativas, si se pretende que los estudiantes experimenten un proceso de modelización completo, es necesario que ellos escojan un tema y delimiten el problema a modelizar. La tarea o situación-problema es entonces diseñada por el propio alumno o grupo de alumnos en interacción con el profesor. Otro aspecto que diferencia ambas perspectivas, es la inclusión o no del subproceso de experimentación. Esta diferencia no es menor ya que con la inclusión de la experimentación se enfatiza el aspecto empírico de la matemática y un movimiento que va del mundo real a la matemática. Ambos hechos, permiten superar una visión internalista de la matemática (Borba & Villarreal, 2005).

De acuerdo a las visiones que se sostengan, luego, en el contexto educativo, las aplicaciones, la realidad y la modelización pueden adquirir diferentes roles tales como: 1) aplicar un modelo conocido o recién enseñado, 2) mostrar un problema real para motivar la enseñanza del conocimiento que permite resolver el problema, 3) trabajar con proyectos en los que el profesor elige un tema de la vida real y formula el problema y 4) trabajar con temas elegidos por los alumnos quienes luego formulan un problema y se involucran en un proceso de modelización. En cada una de estas opciones, alumnos, docentes y conocimiento juegan roles diferentes y por lo tanto los escenarios educativos que se puedan montar difieren sustancialmente. Por ejemplo, mientras que en 1) y 2) se privilegian las aplicaciones haciendo énfasis en un movimiento que va de la matemática al mundo real, en 3) y 4) se privilegia el proceso de modelización que se mueve del mundo real hacia la matemática (Borba & Villarreal, 2005; Villarreal et al., 2010a).

Si bien posicionarse desde la perspectiva del ciclo de modelización (que podríamos asociar al anterior ítem 3) o desde el proceso completo de modelización (que podríamos asociar al anterior ítem 4) abre la puerta del aula a la modelización, ambas implican algunas diferencias respecto al rol del profesor en esa aula. Por lo tanto, cabe preguntarse: ¿qué perspectiva prevalece en los espacios de desarrollo profesional y en las investigaciones interesadas por la educación de los profesores? y ¿cómo influyen las perspectivas en las investigaciones?

### 3.3. Tipos de Estudios que Prevalecen y Sus Centros de Discusión

Del análisis de la bibliografía explorada, podría indicar que hay una prevalencia de investigaciones producidas desde la “perspectiva del ciclo de modelización” en las que la tarea o situación-problema no son delimitados por quien modeliza. Tales investigaciones proceden fundamentalmente de países europeos y de Estados Unidos. La perspectiva que se interesa por el proceso de modelización completo, que toma los aportes de Bassanezi y D’Ámbrosio como principales referentes, prevalece fuertemente en trabajos producidos en Brasil y parece estar difundiéndose rápidamente en América Latina (Blomhøj, 2009). Mientras que en los espacios de desarrollo profesional o las investigaciones relacionadas con la primera perspectiva, la modelización como ciclo, se enfatiza sobre la selección de la tarea o situación-problema a modelizar, en la segunda perspectiva, la modelización como proceso completo, se discute sobre las tensiones que produce al profesor no conocer con anticipación el problema a modelizar. Sin embargo, en ambas perspectivas hay coincidencia en estudiar lo que ocurre con el profesor cuando él o sus alumnos se encuentran trabajando durante el ciclo o fases del proceso de modelización. Hay concordancia también al asumir como esencial la necesidad de que los profesores o futuros profesores se familiaricen primero con la modelización matemática y los abordajes pedagógicos relacionados, para luego trabajar en sus clases con tales abordajes (Ferri & Blum, 2009; Maaß & Gurlit, 2009; Mousulides, 2009; Wake, 2009; Silva, 2007; Barbosa, 2001).

Una comunidad importante de educadores matemáticos ha venido trabajando asumiendo la necesidad de formar primero a profesores o futuros profesores en la modelización para que luego pongan en práctica en sus aulas actividades de modelización. Muchos de ellos han tenido influencias, en sus países de origen, en la creación de textos curriculares oficiales que incluyen la modelización y han producido una cantidad considerable de materiales para incorporar problemas a modelizar y los correspondientes ciclos de modelización. A pesar de esto y como lo indican Blum et al., (2003) son escasos los programas de formación de profesores que incluyen modelización matemática. En este mismo sentido, Lingefjärd (2007) y Kaiser & Maaß (2007) señalan que existen estudios empíricos que revelan que la enseñanza de la modelización matemática y las aplicaciones juegan un rol poco relevante en las clases de matemática. Este fenómeno ha llamado la atención de

varios investigadores que han tratado de buscar algunas explicaciones al respecto o han diseñado espacios de desarrollo profesional para profesores o futuros profesores de matemática con el fin favorecer la inserción de la modelización matemática en las aulas.

Por ejemplo, Kaiser & Maaß (2007) proponen que las creencias de los profesores respecto a las aplicaciones y la modelización matemática podrían estar evitando su entrada a las aulas y sugieren realizar investigaciones al respecto. Lingefjärd (2007) considera que la falta de programas o directivas en la formación de profesores o de los futuros profesores no contribuye para propiciar el uso de modelización matemática y aplicaciones en las escuelas y enumera tres hechos que estarían obstaculizando la inclusión de modelización matemática en la formación de los estudiantes de profesorado. La falta de tiempo aparece como primer obstáculo. El segundo obstáculo proviene de asumir que a los estudiantes de profesorado les faltan conocimientos matemáticos para modelizar. El último obstáculo proviene de reconocer que, aunque las nuevas tecnologías juegan un importante rol en los procesos de modelización matemática, falta disposición de los educadores matemáticos para utilizarlas.

En ese sentido, cabe destacar que, ya en 1996, Knapp & Glenn reconocen que, con la ayuda de tecnologías, se puede mejorar la enseñanza y el aprendizaje de modelización matemática y se postula la necesidad de incorporar las TIC en los programas de formación de profesores. Tales recomendaciones se mantienen y profundizan, por ejemplo, en Borba & Villarreal (2005) se discute acerca de la sinergia entre modelización y TIC. Lingefjärd (2007) recuerda que algunos investigadores advierten que enseñar modelización matemática y usar TIC requiere conocimientos de naturaleza especializada. El autor advierte entonces la necesidad de indagar si eso es así y en ese caso cómo se pueden caracterizar tales conocimientos.

Cabe indicar que la falta de tiempo o asumir que para modelizar es fundamental primero manejar un conjunto importante de conceptos y procedimientos matemáticos, también han sido señalados por profesores de nivel medio como aspectos que dificultan la incorporación de la modelización matemática en sus aulas (Galbraight. 2007). A pesar de reconocer estos obstáculos, Niss et al., (2007) enfatizan la importancia de que los profesores experimenten actividades de

modelización matemática. Algunos investigadores han buscado comprender lo que sucede con el profesor en aula cuando incluye modelización matemática y cómo esa comprensión puede aportar para el desarrollo del profesor. En esta línea de preocupaciones Blomhøj & Kjeldsen (2006) han reconocido algunos dilemas que los profesores enfrentan al trabajar con modelización matemática. Tales dilemas se relacionan con la comprensión de las fases del proceso de modelización y los fines de las actividades de modelización, la motivación y la enseñanza de matemática y cómo desarrollar autonomía en los estudiantes durante el proyecto. Este hecho produce una tensión entre matemática y modelización matemática que, acorde a Kaiser & Maaß (2007) produce falta de confort entre los profesores. Oliveira & Barbosa (2010) trabajando con una visión compatible con Bassanezi (2002), reportan que algunos profesores sufren de tensiones al trabajar con actividades de modelización matemática. Estas tensiones se relacionan fundamentalmente con la incertidumbre que produce no poder controlar lo que sucede en clase, por ejemplo saber qué sucede luego de cada interacción con los alumnos, o controlar el involucramiento de los estudiantes. En estas tensiones se pone de manifiesto también el hecho que la modelización matemática se relaciona típicamente con problemas extra matemáticos y esto produce una situación complicada para el profesor que no es experto en tantos temas extra matemáticos. De esta manera los investigadores señalan como necesario que en los espacios de formación de profesores se abran reflexiones amplias que incluyan los fines de la modelización matemática, cuestiones epistemológicas relativas a la modelización matemática como así también sobre las disposiciones de los alumnos para modelizar.

Las ideas antes señaladas han jugado un papel fundamental como premisas en el diseño de espacios de formación para estudiantes de profesorado o profesores en servicio. Tales espacios han sido desarrollados por educadores matemáticos con los fines de propiciar enseñanzas basadas en modelización matemática y de realizar indagaciones. Los espacios de formación en general incluyen aspectos teóricos y prácticos vinculados con la enseñanza de la modelización. Los profesores a cargo del curso presentan aspectos teóricos relativos al concepto de modelización o el ciclo de modelización como así también ofrecen diversos materiales para abrir espacios de reflexión. Los profesores resuelven y crean tareas o problemas para poner en juego un ciclo de modelización o ponen en juego el proceso de

modelización completo (Bassanezi, 2002). En algunos espacios, los profesores analizan transcripciones de soluciones de alumnos de nivel medio a un problema de modelización, analizan las competencias necesarias para modelizar, exponen sus trabajos e ideas y escriben un “*diario de aprendizaje*” (Ferri & Blum, 2009) en el que dejan reflejados los procesos de creación de tareas o problemas a ser modelizados. Se pueden encontrar ejemplos de estos tipos de espacios en Ferri & Blum (2009), Silva (2007), Oliveira (2007) o Almeida & Dias (2007). Estos autores toman los espacios de formación como objetos de investigación y reportan acerca de la importancia de realizar reflexiones con los profesores que involucren aspectos teóricos y prácticos como modos de favorecer el desarrollo profesional de los mismos. Se reporta también que estos espacios abren a interacciones colaborativas entre los profesores. Sin embargo algunos de estos estudios indican las dificultades de futuros profesores para seleccionar “tareas auténticas” para poner en juego el ciclo de modelización. (Ferri & Blum, 2009). Algunos estudiantes de profesorado manifiestan la falta de suficiente conocimiento matemático como una de las dificultades para poner en juego procesos de modelización (Oliveira, 2007). Finalmente Silva (2007) destaca la necesidad de abrir espacios de formación sin perder de vista la idea de desarrollo profesional, mientras que Almeida & Dias (2007) valorizan los espacios de desarrollo profesional para aprender sobre modelización matemática y aprender por medio de ella.

Doerr (2007) y Antonius et al. (2007) rescatan los aspectos metacognitivos que futuros profesores o profesores en servicio ponen en juego en los procesos de modelización matemática y sus implicancias en la formación de profesores. Si bien Doerr señala que los estudiantes de profesorado que participaron de su estudio, tienen dificultades al trabajar con procesos de modelización que involucran modelos estocásticos, también reconoce que, al reflexionar sobre sus propios procesos de modelización, llegan a comprender el ciclo de modelización y reconocen las interrelaciones de conocimientos que deben ponerse en juego. Aspectos estos que podrían contribuir cuando a futuro realicen actividades de enseñanza de modelización matemática. Para Antonius et al. (2007) es necesario que, en procesos de modelización matemática, el profesor ofrezca a sus alumnos respuestas en forma de preguntas metacognitivas tales como: ¿qué encontraste?, ¿qué harás ahora? Doerr propone formar a los profesores para que puedan seguir líneas de



pensamiento sobre cuestiones no planificadas previamente pero que de algún modo podrían vislumbrarse en la tarea seleccionada. Con este conjunto de ideas y preocupaciones relativas a la enseñanza de la modelización y la formación de profesores, desde el año 2006 se lanza en Europa el proyecto LEMA (Learning and Education in and through Modelling and Applications).

Más específicamente, son seis países europeos los que se involucran en LEMA con el objetivo de apoyar a los profesores en la incorporación de la modelización matemática en sus clases de manera que los estudiantes adquieran experiencia en el uso de la matemática para resolver problemas. Para ello, investigadores de España, Alemania, Francia, Chipre, Hungría y Gran Bretaña, trabajan conjuntamente en el desarrollo de un curso de formación que permita a los profesores explorar, desarrollar y mejorar sus experiencias sobre cómo incluir tareas de modelización matemática en el aula. Tal proyecto está organizado en tres etapas. La primera etapa se desarrolló entre 2006-2007 y comprendió: un análisis de las necesidades formativas de los profesores, la construcción de un cuestionario a ser entregado a los profesores participantes en los cursos, el desarrollo de los materiales de los cursos y de instrumentos de evaluación. En Maaß & Gurlit (2009) y Mousloulides (2009) se pueden encontrar detalles de lo acontecido en esta etapa. Cabe indicar que el análisis de las necesidades formativas se realizó a partir de un cuestionario completado por 563 profesores de los seis países involucrados y con el que se exploraban las creencias sobre la matemática, los tipos de tareas y los usos que hacen de ellas, (por ejemplo, tareas de prácticas de habilidades básicas vs. resolución de problema) en sus clases y las actitudes de los profesores respecto a tres tareas (relacionadas todas a un mismo contexto pero algunas más abiertas que otras) de modelización dadas en el cuestionario. Acorde a los resultados obtenidos en este cuestionario, se planificaron los cursos para la segunda etapa del proyecto que se desarrolló entre 2007 y 2008. Los cursos se desarrollaron alrededor de cinco cuestiones claves o módulos: modelización, tareas, preparación de clases, evaluación y reflexión (Maaß & Gurlit, 2009; Mousulides, 2009; Wake, 2009). La tercera etapa del proyecto se desarrolló en 2009 y consistió en el análisis de los datos recogidos con los cursos o en las observaciones de clases de profesores que intervinieron en el proyecto.

De la revisión presentada en esta sección es posible señalar que las prácticas de formación e investigación referidas a la educación de profesores y modelización matemática se muestran muy dinámicas. Tanto en los espacios de formación como de desarrollo, el interés parece estar centrado en los conocimientos de los profesores y su relación con la creación de actividades relacionadas con modelización matemática. En este sentido cabe preguntarse: ¿qué rol juegan en dichas investigaciones las voces provenientes del área de investigación preocupadas por la educación de profesores?

### **3.4. Las Voces Provenientes del Área de Investigación Preocupada por la Educación de Profesores y la Formación de Profesores con Actividades de Modelización**

Acorde a la bibliografía analizada es posible indicar que el trabajo de Shulman (1986) relacionado con las áreas de conocimiento del profesor es quizás uno de los referentes más citados. Esta referencia guarda coherencia con las preocupaciones de las preocupaciones centrales de las investigaciones relacionadas con formación de profesores y modelización. Existen sin embargo algunas particularidades, por ejemplo, en estudios producidos en Alemania se hace referencia a trabajos de autores tales como Bromme y Blömeke, mientras que en trabajos provenientes de Brasil se citan producciones de Fiorentini. En la mayoría de los trabajos producidos en Europa o Estados Unidos se encuentra una importante presencia de trabajos de Doerr o Doerr & Lesh relacionados con aspectos cognitivos, actividades de modelización y profesores. Al explorar proceedings de congresos internacionales, tales como ICME, es posible notar que los trabajos que se pueden vincular con desarrollo profesional y modelización matemática son presentados en los espacios de discusión centrados en modelización y no en aquellos relacionados con educación de profesores. Estos aspectos hablan de cierta desconexión entre ambas áreas de investigación, lo que ha llevado a que algunos autores puntualicen algunas críticas. Por ejemplo Lingefjärd (2007) señala que el currículum en cualquier aula está fuertemente delimitado por la cultura de la escuela y que el caso de la modelización matemática no escapa a ese hecho. En ese sentido, indica que los profesores o futuros profesores no necesitan tantos cursos sino que necesitan

diversas experiencias de aprendizaje que les posibiliten involucrarse en la construcción de modelos, en estudiar la validez de sus decisiones, soluciones o procedimientos. Silveira (2007, citado en Araújo, 2010) hace notar que varios de los programas de educación de profesores en Brasil centrados en modelización, no han resultado en cambios significativos en la práctica de aula diaria, aunque los profesores crean en las potencialidades de la modelización para la educación. Silveira concluye que en lugar de decir a los profesores qué debe ser hecho, sería mejor hacerlo junto a ellos, involucrando a investigadores y profesores.

Queda bastante por hacer si queremos establecer un diálogo entre ambas áreas de investigación, la educación de profesores y la modelización matemática. Encontrar espacios de diálogo es responsabilidad de quienes investigan en educación de profesores y de quienes investigan sobre modelización matemática y se interesan por la formación de profesores. El diálogo entre ambas áreas puede contribuir para el desarrollo de las dos, pero, tan importante como eso es que puede significar un aporte importante para el campo de la Educación Matemática.

### **3.5. Una Mirada del Panorama Local**

En Argentina, la modelización matemática se encuentra presente en varios documentos curriculares provinciales como actividad a ser desarrollada en el nivel medio de enseñanza. En tales documentos se sugiere fundamentalmente que en clases se enfatice la relación entre el mundo real y la matemática. A pesar de esto, y al igual que ocurre en otros países, las experiencias de clases con modelización matemática son muy escasas. Al analizar las fuentes mencionadas en la sección 2.4, es posible encontrar algunos relatos de experiencias en los que profesores crean o aplican modelos para resolver situaciones “semi-reales” (Skovsmose, 2000) con sus alumnos. Por ejemplo se pueden citar los trabajos de Aguirre (2010), Ledesma (2010), Benavente (2009) o Cianciardo, et al. (2007), entre otros. Existen también algunas publicaciones que sugieren el uso de modelización en clases y ofrecen algunos ejemplos en los que se evidencia la modelización como resolución de problemas como puede ser el texto de Segal & Giuliani (2008). Asimismo, es posible encontrar relatos sobre cursos de formación para profesores en los que se

trabajan con modelos, ya conocidos, aplicados a fenómenos biológicos (Améndola & Vergara, 2009) o apelando a tareas elaboradas por los docentes que dictan el curso (Suárez & Modarelli, 2010). Hay publicaciones en las que se relatan experiencias con modelización trabajadas desde varias perspectivas con alumnos de diferentes niveles educativos, tales como Reid et al. (2010), Mina et al. (2007); Marguet et al. (2007), Cristante et al. (2007); Cámara & Mancipar (2007), Mancipar & Cámara (2007), Villarreal & Bazán (2006), Etcheverry et al. (2003a), Etcheverry et al. (2003b) y Mancipar et al. (2002).

En relación a publicaciones en los que se presenten investigaciones o experiencias relacionadas con formación de profesores y modelización puedo citar los trabajos de Villarreal et al. (2010b), Esteley & Villarreal (2009), Esteley et al. (2007) y Torroba et al. (2007). Si bien en todos estos trabajos se interpreta la modelización en el sentido de Bassanezi (2002), el último trabajo se realiza a partir de una situación-problema escogida por las autoras. En Torroba et al. (2007) se discute una experiencia de modelización llevada a cabo con estudiantes de profesorado en matemática de la Universidad Nacional de La Pampa. Como lo señalan las autoras, la experiencia llevada a cabo resulta relevante para la formación de los futuros profesores pues, entre otras cuestiones, posibilitó que los futuros profesores tuvieran contacto con una estrategia pedagógica centrada en la modelización matemática desafiando la visión de una estructura curricular rígida o una enseñanza tradicional de la matemática. Los tres últimos estudios representan experiencias colaborativas entre docentes del nivel medio e investigadores de la universidad y presentan resultados referidos a algunos desafíos y decisiones de los profesores al poner en aula actividades de modelización. En Esteley et al (2007) y Esteley & Villarreal (2009) se presentan resultados relativos a una experiencia llevada a cabo en el año 2004 y se discuten desafíos relativos a los condicionamientos de orden institucional, a las interacciones con los alumnos o la gran demanda de tiempo que implica desarrollar en aula actividades de modelización cuando se ponen en juego procesos de modelización completos y se describe algunos aspectos relativos al desarrollo profesional de las profesoras. En Villarreal et al. (2010b) se discute las decisiones tomadas por tres profesoras del nivel medio en instancias previas a la puesta en aula de actividades de modelización en una experiencia desarrollada en tres escuelas públicas de la ciudad de Córdoba y

en la que las docentes seleccionaron la situación-problema a ser trabajada en aula. Las cuestiones sobre las que se centra el estudio tienen que ver con la selección del curso en el cual desarrollar la experiencia de modelización, el tipo de proyecto con el que las profesoras van a trabajar en el aula y el tipo de actividades que construyen para los alumnos.

#### 4. A Modo de Cierre

La bibliografía revisada tanto del ámbito internacional como del ámbito local ofrece un panorama de las investigaciones relacionadas con la formación de profesores en general y con la educación de profesores cuando la modelización entra en escena en las aulas. Tal revisión me ha permitido, por un lado, responder algunos interrogantes y, por el otro, encuadrar la propia investigación que desarrollo. En este sentido, como se podrá ir apreciando a lo largo de la tesis, considero que la misma puede ser mirada como un trabajo que puede contribuir con las investigaciones, locales e internacionales, relativas a la formación de profesores de matemática en la que se busca traer hacia adelante voces de profesoras de matemática al involucrarse en actividades de modelización matemática. Con tales voces se hace evidente una experiencia de desarrollo profesional vivida por tres profesoras y articulada con una práctica de enseñanza centrada en la modelización matemática. De este modo, la tesis puede considerarse como una investigación preocupada por la educación de profesores en ambientes de modelización en la que se conjugan el interés por informar y contribuir con ideas acerca de *“la vida profesional de profesores y el desarrollo profesional en práctica”* a partir de una *“experiencia de desarrollo profesional desarrollada”* con una enseñanza de la modelización matemática *“articulada con la práctica”*<sup>19</sup> Esto es así pues con la tesis se enfatiza la mirada sobre las atribuciones de sentidos de las profesoras cuando la modelización entra en acción y, a partir de ellos se pueden inferir algunas contribuciones de la experiencia vivida para el desarrollo profesional de las

---

<sup>19</sup> Lo escrito en cursiva se corresponden con dos sub-temas identificados en el informe del TSG 28 (ver sección 1.1.3).

profesoras. Dicho desarrollo es considerado como situado en el contexto local y enraizado en una práctica que toma como eje la modelización matemática.

Finalmente cabe señalar que, en la tesis jugarán un rol importante las ideas de Larrosa (1996), Fiorentini (2001), Bicudo (2003b), Fiorentini et al. (2005), Passo et al., (2006) y Ponte (2008) al momento de interpretar y discutir los resultados relativos al desarrollo profesional de las profesoras involucradas en el estudio. Los trabajos de Bassanezi (2002), Borba & Villarreal (2005) y Villarreal et al. (2010a) son los sustentos de la noción de modelo matemático y el abordaje pedagógico relacionado con el que se realizan las descripciones de lo ocurrido en las aulas como así también de las interpretaciones y conclusiones finales referidas a las voces relacionadas con los casos en estudio. En el próximo capítulo, delimito los procedimientos metodológicos por medio de los cuales accedí a los datos que me permiten describir lo ocurrido en aula o que posibilitaron recuperar las voces de las profesoras. En dicho capítulo delimito el lugar y sentido que atribuyo a las interpretaciones y explicito los recaudos tomados con el fin de abrir un proceso de objetivación.

## CAPÍTULO III

### ASPECTOS METODOLÓGICOS

---

*El objeto de las ciencias humanas es el ser expresivo y hablante. Este ser jamás coincide consigo mismo y por eso su sentido y su significación son inagotables.*  
(Bajtín, 2000, p.152)

#### 1. Opción Metodológica

El centro de análisis de esta tesis está colocado en las voces de las profesoras, enmarcadas en entornos e interacciones producidas en una experiencia vivida, construida y ejecutada con una mirada reflexiva, una experiencia sin propósitos investigativos y en la que participé como responsable.

Al iniciar junto con las profesoras un movimiento de comprensión o entendimiento de diferentes cuestiones relacionadas con la experiencia, comienzo a mirar desde otros tiempos y espacios ya no como culminación de la experiencia sino desde una búsqueda personal de sentidos que me permite plantear las preguntas sobre las que se centra la investigación. Comienza un juego de segundos pensamientos e imaginación metódicos en búsqueda de respuestas a las preguntas planteadas:

1. ¿Cómo resignifican Isabel, Analía y María su visión de organización curricular?
2. ¿Qué sentido y rol le adjudican, las docentes, a las nuevas tecnologías?
3. ¿Qué particularidades adquieren las reconstrucciones correspondientes a las relaciones entre los pares, docente-alumno, docente-docente o, responsable-docente? y, ¿cómo esas particularidades dan sentido a las interacciones entre los tres pares?

Dada la naturaleza de las preguntas planteadas y el interés por significar es que opto por un diseño naturalista (Lincoln & Guba, 1985). Particularmente recorro a

un estudio de casos focalizando la problemática planteada en las tres docentes de nivel medio que intervinieron en una experiencia innovadora (Ponte, 2006, Stake, 1998). Por medio del estudio de los tres casos se procura descubrir qué hay de esencial y característico en cada uno de ellos y de ese modo contribuir con la comprensión global de la cuestión de interés, esto es las significaciones construidas, por profesores de matemática, referidas a organización curricular, nuevas tecnologías y relaciones interpersonales al trabajar en escenarios de modelización.

El estudio de casos resulta una elección adecuada ya que es reconocido como un diseño naturalista pertinente al estudio de realidades socioeducativas en general (Sandín, 2003) y como una estrategia de investigación cuya finalidad principal es comprender la experiencia humana (Stake, 1998). Del mismo modo debo señalar que la implementación de este diseño ha mostrado sus aportes en diversos trabajos que focalizan en las interacciones y construcciones de sentido de profesores de matemática al trabajar en grupos colaborativos (Fiorentini et al., 2005, Grevholm & Ball, 2008, Ponte, 2006).

Es importante notar que la elección por un estudio de casos entraña una elección sobre el objeto a estudiar. En esta tesis, las atribuciones de sentidos de las profesoras de matemática, bajo realidades educativas singulares, se constituyen en el principal objeto de indagación y en la temática que permite organizar el estudio, posibilitando de este modo, traspasar los tiempos y ver las cosas desde un perspectiva histórica (Stake, 1998).

Un estudio de casos puede ser conducido en paradigmas metodológicos bien diferentes como el positivista, el interpretativo o el crítico. Es el propósito o finalidad del estudio de casos lo que señala de algún modo los métodos a los cuales recurrir (Ponte, 2006, Stake, 1998; McKernan, 1999, citado en Sandín 2003). Dado que, el interés de esta investigación se relaciona con la búsqueda de comprensión, opto por un paradigma interpretativo. Esta opción posibilita que en la tesis emerjan “*descripciones abiertas, comprensión mediante la experiencia y realidades múltiples*” (Stake 1998, p. 46). Son “*descripciones abiertas*” aquellas que recogen las percepciones particulares de los actores (Geertz, 1973, citado en Stake, 1998). Se recurre al término “*comprender mediante la experiencia*” para enfatizar que el estudio de casos no busca identificar relaciones de causa y efecto sino entender la experiencia humana y, recurriendo a una descripción densa, se busca establecer



una comprensión empática que transmita, de la mejor manera posible, lo que la experiencia misma transmite. Al hablar de “*realidades múltiples*” se asume que, aún en un contexto común, las personas perciben las cosas de diferente manera, considerando que las experiencias son particulares y determinan, en parte, las atribuciones de sentido.

Estimo que la opción interpretativa es adecuada para este estudio ya que se plantea como investigación en la que subyace una naturaleza empírica provista por el escenario de modelización. Pero que sin embargo no es experimental ya que no tengo control sobre los hechos ya ocurridos ni busco modificar una situación sino comprenderla y comunicar tal comprensión.

Si bien los resultados provenientes de un estudio de casos pueden ser comunicados de diversas maneras, bajo un paradigma interpretativo, el relato asume con frecuencia la forma de una narrativa cuyo objetivo es contar una historia que aporta sentidos al conocimiento existente y actuando como ejemplo que ilumina (Ponte, 2006; Stake, 1998). En concordancia con ello, recurro a un texto narrativo como medio para compartir con otros las particularidades de los casos tratados.

En tal textualización interactúan vivencias, descripciones, análisis e interpretación, apelando a las evidencias que aportan los datos recogidos y que fueron obtenidos recurriendo a diversos procedimientos metodológicos.

## **2. Fuentes de Datos y Procedimientos**

Las principales fuentes de datos para este estudio provienen de:

- entrevistas semi-estructuradas realizadas a las profesoras a fines del año 2008 e inicio del 2009,
- interacciones vía e-mail posteriores a 2009 y
- documentos producidos entre los años 2003 y 2005 relacionados con *Experiencia 2004*.

A partir de estas fuentes, es posible recuperar voces de las profesoras o reconocer ambientes en los que se van constituyendo dichas voces.

En caso que las profesoras aceptaran, se realizarían grabaciones para registrar las entrevistas, caso contrario estaba previsto la toma de notas por mi parte. Las tres profesoras autorizaron que se grabaran las entrevistas en las que entregué la siguiente consigna escrita centrada sobre las cuestiones que se deseaban indagar:

*A partir de la experiencia que se llevara a cabo entre el 2003 y 2005, me gustaría que pienses en torno a tus miradas respecto a la organización curricular del curso, las interacciones con colegas o con alumnos, el uso de nuevas tecnologías, o cualquier otro aspecto que a vos te parezca interesante de ser comentado y que yo no lo haya tenido en cuenta en las cuestiones que marqué antes.*

Tal consigna es leída en voz alta por mí y luego de salvar algunas dudas de forma, se deja que las profesoras expresen sus ideas en voz alta. Sólo intervenía para responder alguna pregunta de la entrevistada o para pedir alguna aclaración sobre algo que no había sido escuchado con claridad o no estaba entendido.

Los documentos producidos a lo largo de la experiencia y luego analizados son: el proyecto e informes presentados a la ACC entre los años 2003 y 2005, cuadernos de observaciones de clases, materiales elaborados por las profesoras, producciones de alumnos, actas de reuniones y presentaciones a congresos o textos publicados. Se recuperan también algunos documentos informativos de la propia ACC.

Los protocolos de entrevistas y los documentos analizados, proveen información relacionada con aspectos internos y externos a *Experiencia 2004* que dan particularidad a los casos escogidos. En los aspectos internos se examinan, las historias, el modo en el que se desarrolló la experiencia y las propiedades que les otorgan especificidad. Se exploran influencias externas, próximas o distantes, directas o indirectas que reciben del contexto o contextos particulares en que se produce o se pone en juego la experiencia (Ponte, 2006).

Las acciones que permiten examinar aspectos internos y externos implican mover el foco y, con ello, se van haciendo evidentes las fuentes de datos antes mencionadas las cuales contribuyen en la construcción de descripciones abiertas y

densas, buscando comprensión mediante la experiencia y la presentación de realidades múltiples. Con ello busco aproximarme a una comprensión profunda, a una comprensión empática y a evidencias empíricas para sostener argumentaciones, afirmaciones, opciones teóricas, análisis e interpretaciones, que se realicen a lo largo del texto.

### **3. Interpretación, Opciones y Objetivación**

La acción de interpretar pone en juego un proceso dialógico entre los hechos, las voces, mis visiones y la literatura. Si además, se intenta acompañar la interpretación con una mirada crítica, se requiere sensibilidad para preservar las personas que contribuyen con el estudio.

Precisamente, en una indagación que problematiza y hace foco en voces, es fundamental reconocer antes que nada que, el sujeto es portador no de una sino de varias voces. Tales voces se caracterizan por ser contingentes y estar vinculadas con las prácticas y comunidades en las que interactúan los sujetos. Es importante recordar que no existe una simple correspondencia entre las cosas y las palabras con que las nombramos. Esto es, el lenguaje puede enmascarar o iluminar nuestras ideas, pensamientos o nociones. Por último debemos tener presente que el proceso de interpretación de las voces de las profesoras lleva a la constitución de otra voz (Britzman, 2003; Bajtín, 1999, 2000), la voz de quien interpreta.

El proceso de reconstrucción crítica y re-presentación de las voces de otros, (en el sentido que las voces vuelven a presentarse en un tiempo diferente al cual se produjeron inicialmente y para otro interlocutor) se torna en un auténtico dilema para los investigadores ya que al poner en juego tal proceso se debe tener el suficiente tacto como para guardar el cuidado necesario de aquellos que nos presentan sus voces. No es suficiente con grabar voces y transcribirlas en los protocolos tal cual están grabadas o quizás tal cual las escuchamos. Re-presentarlas requiere un importante esfuerzo interpretativo. Como ya lo pondremos en evidencia más adelante, las enunciaciones propuestas por los sujetos, implican relaciones, están surcadas por tensiones y contextos que van mucho más allá de la instantaneidad y entorno mismo de la entrevista (Britzman, 2003).

En la interpretación de las voces de las profesoras recupero sus voces pero también, como ya fue señalado, intento colocar mi voz crítica. Tal voz crítica es empleada aquí en el sentido que valoriza la palabra de las profesoras buscando traer hacia delante un trabajo discursivo por medio del cual se posibilite la emergencia de tensiones entre palabra y práctica, requerimientos y deseos, deseos y posibilidades o entre lo que puede ser dicho y lo que no. Colocar una voz crítica implica poner en práctica “*humildad y precaución metodológica*” (Narayan, 1988). La humildad requiere de quien escucha un profundo entendimiento del contexto desde el cual se habla y la precaución metodológica requiere de quien escucha e interpreta, trabajar críticamente valorizando la voz o el punto de vista del otro.

La precaución metodológica se evidencia al poner en práctica cautela epistemológica y objetivación. La cautela epistemológica se realiza a partir del acompañamiento de la directora de tesis en instancias de escucha al otro o de interpretación de los hechos y las voces y fundamentalmente apelando a una triangulación con múltiples y diferentes fuentes (Lincoln & Guba, 1985).

El proceso de objetivación (Bourdieu et al, 1999) pone en juego procesos de precisión, rectificación o diversificación de conceptos. Esto es, se precisan cada vez más aquellos conceptos claves para el estudio, se vuelve a ellos para rectificarlos, si fuera necesario, o se diversifican proponiendo otros conceptos, tomándolos incluso de otros campos de conocimiento. Para objetivar realicé una recolección, lectura y análisis crítico de bibliografía que pudiera ofrecer aportes para una mayor comprensión del fenómeno, para la reformulación de los procedimientos metodológicos escogidos o para incorporar o precisar ideas. La objetivación culmina en la construcción de un marco teórico en el que se pone en juego objetos teóricos a partir de aportes de varios autores. Tales construcciones permiten abrir discusiones críticas, por un lado, y por otro lado se tornan en herramientas para el análisis e interpretación de las voces de las profesoras relacionadas con las preguntas formuladas y las tres categorías de análisis: currículum, TIC y relaciones interpersonales, implicadas en las preguntas.

Entre los principales objetos teóricos que emergen, se precisan y enmarcan en la tesis destaco las nociones de “voz”, “*humanos-con-medios*”, “*desarrollo profesional*”, “*modelos y modelización*”, “*contexto*”, “*terrenos*”, “*escenarios*” y “*escenario de modelización*”.

Algunos de estos objetos teóricos ya fueron delimitados en el Capítulo II, en cambio otros, aunque ya han sido mencionados en el texto, es en los Capítulos IV, V y VI donde son delimitados con mayor precisión. Con esa delimitación, se pone en evidencia el proceso de objetivación.

Cabe destacar que, guardando coherencia con el paradigma escogido y tratando de sostener los resguardos metodológicos o éticos necesarios, levanto conjeturas que luego contrasto con los datos recogidos y con la literatura y analizo la validez de las conclusiones preliminares o finales contrastando las construcciones con las profesoras (Lincoln y Guba, 1985). Los procedimientos antes mencionados se hacen necesarios ya que asumo la coexistencia de realidades múltiples construidas por los sujetos (investigador u otros). Así intento que, las reconstrucciones a partir del estudio, sean reconocidas por las profesoras como representaciones adecuadas de sus propias construcciones.

Finalmente, como el estudio de los tres casos se plantea y problematiza a partir de la experiencia vivida por las tres profesoras de matemática, la narración final, se construye a partir de las perspectivas y experiencias de ellas como sujetos centrales. Sin embargo, junto a esas perspectivas y experiencias incorporo entornos, ideas o aquellos otros humanos o no humanos que jugaron un rol significativo para las profesoras y resultan pertinentes para el análisis. En este sentido, el próximo capítulo presenta una reconstrucción e interpretación de la experiencia innovadora que da marco a la investigación y a las voces de las profesoras.

## CAPÍTULO IV

### TERRENOS, ESCENARIOS Y VIVENCIAS DE *EXPERIENCIA 2004*

---

*...la experiencia se coloca en algún lugar entre los polos del discurso y el deseo y, así, la experiencia es vivida más que escogida o adquirida*  
(Britzman, 2003, p. 13).

#### 1. Contexto, Terreno y Escenario

La principal intención de este capítulo es narrar la experiencia de desarrollo profesional denominada *Experiencia 2004*. El texto que representa tal experiencia lo construyo en base a una mirada actual de la misma, consecuentemente, en la narración de la experiencia vivida, emergen varias ideas que permiten dar forma, sentido, coherencia y cohesión al texto. Entre las ideas que emergieron, hay dos que atraviesan la narrativa y la propia tesis, ellas son: terreno, escenario o entorno y la interrelación entre ellas que permiten explicitar la noción y el sentido atribuido a la palabra contexto.

Las nociones de terreno y escenario o entorno, se relacionan con la idea de contexto y son la versión en castellano de las ideas de “*arena*” y “*setting*” propuestas por Lave (1991). Arena fue traducida al castellano como terreno y setting como entorno. Sin embargo, sin pérdida de sentido, la palabra setting también puede ser traducida como escenario<sup>20</sup>. Dada las particularidades de las actividades de enseñanza generadas alrededor de *Experiencia 2004*, la palabra escenario resulta más significativa y por lo tanto, en esta tesis utilizaré escenario en lugar de entorno. Tales nociones fueron construidas por Lave (1991) en relación con contextos de actividades, de este modo, ellas resultan pertinentes para la tesis ya que *Experiencia 2004* fue constituyéndose alrededor de un conjunto de acciones y actividades desarrolladas por las participantes.

---

<sup>20</sup> *Setting: the scenery used in theatrical or film production* (Webster's Ninth New Collegiate Dictionary, 1983, p.1077).

Es importante señalar que Lave, construye su idea de contexto como medio para superar las visiones cognitivistas y fenomenológicas del término, en las que no se evidencia una relación dialéctica entre persona actuando y entorno (Lave 1991). De este modo y basándose en la naturaleza contingente y emergente de las acciones humanas, Lave representa al contexto como consistente de dos componentes a las que ella denomina “arena” y “setting” (Lave, 1991, p.149). Bajo “arena” o “terreno”, Lave incluye los aspectos del contexto que ya existen previos al planteo de las acciones o experiencias de los individuos y sobre los que los sujetos no tienen control. El terreno, es una “entidad pública y duradera” y “está organizado, física, económica, política y socialmente en el espacio y en el tiempo” (Lave, 1991, p. 164). El terreno, no es directamente negociable por el individuo, es exterior a él y aporta un marco dentro del cual se constituye el “setting”, o escenario. El terreno es marco para el escenario pues, los sujetos realizan sus actividades en terrenos, de este modo, el escenario “se concibe como una relación entre las personas en acción y los terrenos en los que actúan” (p. 164). En este sentido, arena o terreno denota el aspecto fijo del contexto, mientras que “setting” o escenario, se refiere a lo creado por el sujeto para desarrollar sus actividades acorde a su interacción con el terreno e interactuando con otros sujetos. En síntesis, la actividad se “constituye dialécticamente<sup>21</sup> en relación con el “setting” [o escenario]” (p. 151). Es así que, en el sentido dado por Lave, más que a una unidad simple, la palabra contexto hace referencia a relaciones entre terrenos y escenarios.

En conexión con contexto, el escenario se relaciona con una experiencia única e individual. El escenario, para una actividad, es un modo de representar las relaciones entre la organización del terreno dentro del cual tiene lugar la actividad, la estructura de las experiencias y las expectativas de las personas como actores. El escenario “tiene simultáneamente un carácter independiente, físico y un potencial para la realización sólo en relación con la actividad” (Lave 1991, p.152-3). La experiencia de una persona con una actividad implica la interacción entre el escenario y el terreno. El escenario es generador de la actividad y a la vez es generado por ella: “la actividad es dialécticamente constituida en la relación con el

---

21 Una relación dialéctica existe cuando sus elementos componentes se crean uno en relación con el otro (Lave, 1991, p. 160).

escenario” (Lave 1991, p.151). La experiencia transforma el escenario dentro del terreno. Además, cualquier cambio del escenario también transforma la actividad que está teniendo lugar. En esta tesis, contexto, escenario y terreno se emplean en los sentidos antes delimitados.

En la narración que sigue se describen, ilustran e interpretan los escenarios y terrenos vividos alrededor de *Experiencia 2004*.

## **2. El Desafío de Narrar *Experiencia 2004***

El conjunto de ideas, actividades, trabajos, interacciones, circunstancias, objetos, etc., provenientes de *Experiencia 2004* proveen el terreno y escenario que inspiran y enmarcan esta tesis. Tal experiencia inspira la tesis pues ella me moviliza a comprender algunas cuestiones relacionadas con prácticas educativas y de desarrollo profesional. Afirmo que tal vivencia enmarca la tesis pues datos y escenarios provenientes de la experiencia, complementan y contextualizan aquellos derivados de las entrevistas personales realizadas a las profesoras.

La narración de experiencias no es una tarea sencilla pues las experiencias son vividas y como tales no se dejan aprehender. Las experiencias terminan constituyéndose con temporalidad, no por acumulación de hechos ordenados linealmente en el tiempo sino como un ovillo en el que se pueden reconocer tiempos, espacios, acontecimientos, objetos, sujetos, historias, conocimientos, que, algunas veces, hacen perder la punta del ovillo. El gran desafío para el narrador, es ser capaz de armar un buen tapiz con tal ovillo. Un buen tapiz que represente la experiencia, sería aquel que, construido con herramientas, conocimientos y medios disponibles hoy, logre mostrar lo mejor posible el paisaje experimentado en espacios y tiempos pasados y concretos sin fragmentar la experiencia en un conjunto de meras circunstancias. Al fragmentar, se separa la experiencia de los sujetos y del conocimiento<sup>22</sup> producido por ellos en la experiencia. Una experiencia fragmentada

---

22 Adhiriendo a ideas de Britzman (2003), en situación de experiencia, se le confiere categoría de conocimiento a todas las ideas o discursos que permiten producir materiales, realizar acciones o reflexionar sobre lo que se hace apelando a cuestiones teóricas, cuestiones prácticas o a una interacción entre ambas.



de ese modo, “no puede ser extendida o transformada” (Britzman, 2003, p. 51). Una narrativa que fragmenta en ese sentido, pierde comprensibilidad y luego no puede ser extendida a otros contextos o con otros actores. Un modo de lograr comprensión es no fragmentar y además explicitar los sentidos atribuidos a ciertas nociones que juegan roles fundamentales en el relato de la experiencia, es por ello que, a medida que avance en el texto, delimitaré algunos conceptos claves tal como escenario de modelización, escenas de modelización colectiva o modelización en acción.

Con intención de no fragmentar y sin certeza de ser capaz de lograrlo, es que tomo el desafío de narrar *Experiencia 2004* recuperando la dialéctica entre terrenos y escenarios o entre escenarios y actividades que se constituyen mutuamente con la experiencia.

### **3. Experiencia Viva y Tiempos Vividos**

*Experiencia 2004*, como experiencia vivida, implica espacios y tiempos, implica, “*tiempo vivido*” y como tal no puede ser comunicada en una “*forma lógica y racional, no se deja aprisionar en abstracciones*” (Bicudo, 2003a p. 36). Sin embargo, al focalizarnos en el tiempo vivido como flujo temporal es posible reconocer aspectos constituyentes de ese flujo: duración y sucesión. Estos aspectos permiten advertir tres modalidades del tiempo vivido: presente, pasado y futuro. El presente vivido es el aquí y ahora, estar en el mundo con otros, el espacio es parte de la temporalidad. En ese tiempo vivido se proyecta, esto es, se planifican metas que confieren dirección al devenir abriendo algunas puertas y cerrando otras. En el flujo temporal el proyecto se va constituyendo en futuro y en pasado. Pasado, en cuanto se van alcanzando algunas metas; futuro, en cuanto se proyectan nuevas acciones (Bicudo, 2003a).

*Experiencia 2004* se caracteriza por ser un fenómeno ya ocurrido, su modalidad de tiempo vivido es pasado. Una manera de vivir el tiempo pasado es focalizar en las obras realizadas, sin embargo, esas obras se presentan ya como una totalidad o como una masa compacta de sucesos cuya fuerza reside precisamente en esa totalidad. De todos modos, esa fuerza compacta ofrece el

ímpetu para avanzar hacia el futuro. “*El pasado no se revela por los recuerdos sino en la fuerza que impulsa o proyecta hacia el futuro*” (Bicudo, 2003a, p.53).

En este sentido, la narración de *Experiencia 2004* debería ser vista como un medio que recupera la memoria e impulsa una reflexión analítica con el fin de contribuir con propuestas relacionadas con el desarrollo profesional de profesores de matemática o investigadores del campo de la Educación Matemática.

Un juego de tiempos y espacios organizan la narración de la experiencia pero, aunque mi intención es hacer llegar al lector la vitalidad que la experiencia misma me transmitió, mi escrito no deja de ser una historia re-dicha y por lo tanto parcial y acotada. Si bien busco presentar la experiencia, esto es, describirla con densidad e interpretarla críticamente, mi narración de la experiencia vivida no debe ser vista como sinónimo de la misma. Ella es el producto de un trabajo realizado hoy y aquí, atravesado por interpretaciones e ideas que emergen en un proceso de indagación. En la narrativa alterno mi voz como investigadora con las voces escritas o dichas de participantes próximos o lejanos a tal experiencia.

#### **4. Propósitos y Fases en *Experiencia 2004***

*Experiencia 2004*, se designa y se reconstruye a partir de un entramado que toma como nudo central la puesta en aula de proyectos de modelización matemática en tres escuelas públicas de gestión privada de la ciudad de Córdoba durante el año lectivo 2004. Se busca así, enfatizar la práctica de aula como medio que moviliza búsquedas, genera acciones, aglutina ideas o personas y se irradia hacia toda la experiencia de desarrollo confiriéndole sentido.

En la tesis, el aula se asume como un contexto atravesado por la reflexión colectiva que permite mirar escenas que implican encuentros y proyecto, montaje de escenarios y actuación, de-construcción<sup>23</sup> y comunicación. En cada una de estas escenas son los profesores, quienes intervienen como: portadores de deseos y

---

23 Un proceso de de-construcción de los escenarios montados implica poner en juego un proceso que busca evidenciar las lógicas y sentidos que subyacen en el escenario puesto en acción en aula.

constructores de sus escenarios, actores en escena y de-constructores de los escenarios montados. En este sentido y rescatando las ideas de duración, sucesión y metas propuestas o alcanzadas, como medios que evidencian la movilidad en el tiempo, se analizan diversos documentos producidos en el marco de *Experiencia 2004*. Tales documentos<sup>24</sup> incluyen: proyecto e informes presentados a la ACC entre los años 2003 y 2005, cuadernos de observaciones de clases, materiales elaborados por las profesoras, producciones de alumnos, actas de reuniones y presentaciones a congresos o textos publicados. Se recuperan también algunos documentos informativos de la propia ACC. Del análisis de tales documentos, se pueden reconocer tres grandes propósitos planteados al interior de *Experiencia 2004*: i) producir colaborativamente un proyecto innovador, ii) crear y poner en juego actividades para el aula y iii) comunicar a otros colegas sobre lo producido. Acorde a estos propósitos, delimito tres fases<sup>25</sup> alrededor de las cuales se organiza la narrativa. En la primera de ellas, que denomino *Fase de encuentro y producción de un proyecto*, se constituye el grupo que propone un plan que lanza y contornea acciones futuras. La segunda de ellas, denominada *Fase de profundización, planificación y montaje de escenarios de modelización matemática en aula*, es aquella en la que se profundizan los sustentos teóricos del proyecto y a partir de ellos se delimitan, escenarios de modelización matemática para cada aula. La tercera y última fase, que llamo *Fase de comunicación y problematización*, se reconoce como instancia en la que el grupo o cada una de sus integrantes comunican sobre lo realizado y se abren a nuevos problemas. Si bien es posible apelar a estas delimitaciones para la narrativa, las fases no deben ser pensadas como disjuntas. Es así que, en la narrativa, hay aspectos que si bien se piensan y moldean en un tiempo-espacio constitutivo de una fase, los mismos adquieren mayor sentido y significación en otros tiempos-espacios y por ello serán presentados con detalles en aquellas fases que ayudaron a cargarlos de sentidos.

---

24 Estos documentos ya fueron listados en el Capítulo II, pero se vuelven a listar aquí a fin de facilitar la lectura de la tesis.

25 *Fase*: cada uno de los estados sucesivos de una cosa que cambia o se desarrolla (<http://www.wordreference.com/definicion/fases> Consultada en marzo de 2010).

#### 4.1. Primera Fase: Encuentro y Producción de un Proyecto

Las creaciones y puestas en aulas de escenarios de modelización comienzan a tomar forma entre julio y agosto de 2003. En ese momento estaba abierta la convocatoria de la ex Agencia Córdoba Ciencia (ACC), actual Ministerio de Ciencia y Tecnología de la Provincia de Córdoba<sup>26</sup>. Dicha convocatoria estaba destinada a escuelas de la Provincia de Córdoba para participar del *Programa Innovaciones en el Aula*. Acorde a lo explicitado en el Capítulo I, este es el medio que moviliza a Cristina para invitar a María e Isabel, quien luego invitaría a Analía para constituirse como un grupo de trabajo que comenzó escribiendo un proyecto con el fin de presentarlo al Programa en la categoría: *Proyectos de Transferencias de Investigaciones Educativas al Aula*<sup>27</sup>. Esta categoría se abre por primera vez en el año 2003 y plantea entre sus propósitos lo siguiente:

*Promover la presentación de proyectos de transferencia de resultados de investigación educativa al Sistema Educativo Provincial y contribuir con su difusión y financiamiento.*

Entre las características que debían cumplir estos proyectos para su consideración y admisión, se indica que, no sólo se espera que los mismos “*transfieran al aula resultados de investigación educativa efectivamente publicados en medios científicos reconocidos*”, sino que además, ellos deben ser producidos por un equipo que integre docentes de universidades y docentes que se desempeñen en instituciones del nivel medio de enseñanza. Tales proyectos deberían tomar como centro las instituciones escolares de enseñanza media y las innovaciones que se propusieran debían adecuarse a los documentos curriculares vigentes.

Hoy puedo indicar que los propósitos y condiciones requeridos en la convocatoria de la ACC representaron el terreno para el encuentro, el inicio de un proyecto compartido como así también la forma y contenido que este alcanzó.

Luego de varias lecturas y conversaciones referidas a la invitación realizada por Cristina para trabajar con modelización y desarrollo profesional, se decide

---

26 A lo largo del escrito la identificaré simplemente como ACC tal cual ya se explicitó en el Capítulo I

27 Las condiciones y principios que sustentan esta categoría se encuentran en el sitio: <http://www.cba.gov.ar/vercanal.jsp?idCanal=22978>, consultado en agosto de 2008.

asumir los desafíos que planteaba imaginar y escribir una propuesta innovadora para el aula focalizada en procesos de modelización, buscando espacios de reflexión sobre la práctica y ajustada a las condiciones requeridas por la ACC. Cabe señalar que imaginar es un hecho que cotidianamente suele ponerse en juego en las actividades de la práctica docente. Innovar, muchas veces se desea, pero no siempre es posible. Escribir ideas pensadas o imaginadas por un grupo, a menudo, no es tarea fácil.

Convencidas sobre el foco de la futura propuesta, se recuperan los Documentos Curriculares para la Provincia de Córdoba (1997) para analizar la compatibilidad de las ideas que se plasmarían en el proyecto con lo pedido en tales documentos. Por ejemplo, acorde a lo explicitado en el diseño curricular para el Ciclo Básico Unificado (CBU) de la Provincia de Córdoba o Tercer Ciclo de la Enseñanza General Básica (1997) es posible caracterizar a la educación matemática y la matemática como hechos sociales que aportan a la estructuración del pensamiento y dan importancia a los vínculos entre Matemática y las Ciencias Naturales:

*[...]Este enfoque requiere considerar dos aspectos insoslayables: la cohesión interna de la disciplina y los procesos de modelización de la misma. La cohesión interna de la Matemática está estrechamente ligada a:*

- la comprensión conceptual;*
- la habilidad de plantear problemas y resolverlos con una variedad de estrategias;*
- la significación y la funcionalidad a través de su conexión con el mundo real, entre sus diversas ramas y con las otras ciencias y*
- la potencia de la Matemática para modelizar problemas de otras disciplinas, a partir de su estructuración lógica y su lenguaje (p.4).*

Entre las expectativas de logro para este ciclo se destaca la siguiente:

*Construir modelos para resolver situaciones de la vida real, mediante símbolos y representaciones gráficas para expresar relaciones, en especial las funcionales, y reconocer el valor y los límites que encierra la modelización. (p.9).*

En uno de los documentos vinculado al Ciclo de Especialización (CE) se indica: “*En este ciclo, se tratará de continuar con la línea de trabajo del CBU, poniendo énfasis [...] en la creación de modelos matemáticos y la resolución de problemas*”

Lo tratado en los Documentos Curriculares y los pedidos de ACC conjugados con los anhelos y terrenos del grupo, van delimitando lo imaginado para transformarlo en posible.

A los desafíos de crear y escribir una propuesta innovadora focalizando en modelización, se agregan nuevos retos relacionados con algunas cuestiones de forma fijadas por la ACC. Tales condiciones se relacionan tanto con el formato del texto, como con los medios y formas de comunicación privilegiados. El formato era fijo tanto en los campos a ser completados como en el número de caracteres permitidos y estaba materializado en un modelo que debía bajarse de la página web de la ACC. El vocabulario y la forma rígida del modelo fueron reconocidos por algunas de las profesoras como algo ajeno a ellas, alejado de sus prácticas. La Internet y el correo electrónico como medios de comunicación privilegiados por la ACC, representaron, en su momento, un desafío para el grupo, pero también, posibilitó, que la información llegara a escuelas del interior de la Provincia de Córdoba al mismo tiempo que llegaba a Córdoba capital. El caso era que, las escuelas debían tener acceso a Internet. Toda comunicación con la ACC o pedido de información, en principio, debía ser canalizada por correo electrónico o, en su defecto, telefónicamente. Las cuestiones que señalo aquí como reto, que eran hechos habituales entre investigadores y que hoy aparecen integradas al cotidiano de casi todos los profesores, no eran una práctica extendida entre todos los docentes del nivel medio en aquel tiempo. Hecho que empeoraba si, como era el caso del grupo, todo lo referido al proyecto era un trabajo que debía hacerse en el hogar, fuera del horario de clases. Es importante recordar que en el año 2003 sólo el 15% de la población de Argentina tenía acceso a Internet desde sus hogares (Gioria, 2004). Quizás por este acceso restringido a Internet o porque la práctica no lo demandaba, la comunicación vía soporte electrónico no era una práctica extendida entre profesores del nivel medio. La comunicación cara a cara o vía soporte papel prevalecía y aparecía como eficiente y suficiente para desempeñarse adecuadamente en la profesión.

Finalmente, se presenta el proyecto titulado: “*Desarrollo profesional de docentes de matemática con la implementación de la modelización como estrategia de enseñanza*” que materializa la respuesta del grupo a los desafíos de entonces.

Como se puede desprender del título, la propuesta se construyó con el fin de aportar al desarrollo profesional de docentes de matemática e introducir en aula la modelización como estrategia pedagógica.

El proyecto se crea tomando como sustento dos vertientes teóricas: la perspectiva del desarrollo profesional de profesores de matemática en el sentido dado a ello por Ponte (1998) y la modelización como estrategia pedagógica según las caracterizaciones presentes en Bassanezi (1994, 2002), Borba et al. (1999a, 1999b) y Biembengut & Hein (1999). Dichas perspectivas se complementan con algunas ideas provenientes de la Filosofía de la Educación Matemática (Ernest, 1991), aportadas por María.

Acorde a lo explicitado en los Documentos Curriculares de la Provincia de Córdoba, se asume a la matemática *como una ciencia inherentemente social en la cual una comunidad de practicantes entrenados (científicos matemáticos) se involucran en la ciencia de los modelos* (Schoenfeld, 1992, p. 335). También el grupo reconoce que esta noción es compatible con la de otros autores tales como Davis & Hersh (1989) o Devlin (1994) y con la visión epistemológica subyacente a la modelización como abordaje pedagógico. Acorde a lo discutido en Bassanezi (1994, 2002), Borba et al. (1999a, 1999b) y Biembengut & Hein (1999), la modelización como abordaje pedagógico se refiere básicamente al trabajo con modelos matemáticos en el aula e intenta reproducir en las mismas, las actividades de la comunidad matemática privilegiando la relación mundo exterior- matemática.

Al conjugar ideas de Ernest (1991) con aportes de Davis & Hersh (1989), se mira a los modelos como herramientas desarrolladas por el hombre para proveer una descripción viable de la realidad social y de la naturaleza, cumpliendo la doble función de medio para pasar información y de dispositivo para pensar. Tal caracterización de los modelos jugará luego un importante rol en instancias de planificación de actividades y su puesta en aula.

Es importante señalar que algunos de estos últimos autores, no sólo caracterizan la modelización tomando problemáticas externas a la matemática sino que también reconocen modelizaciones internas a la propia matemática. Este hecho fue recuperado por el grupo pues con ello se posibilitaría el ingreso de algunos contenidos o discusiones matemáticas en el mismo entorno de modelización. De este modo, la modelización como estrategia pedagógica, que se adopta para el

proyecto, lleva al aprendizaje de contenidos matemáticos conectados a otras formas de conocimiento extra-matemáticos u otros conocimientos matemáticos. Al hacer esta opción, el grupo extiende o recupera las perspectivas básicas adoptadas para el trabajo y presentadas en Bassanezi (1994, 2002), Borba et al. (1999a, 1999b) y Biembengut & Hein (1999). Es así que, en el proyecto, la modelización como abordaje pedagógico se caracteriza, acorde a las perspectivas básicas de los autores antes mencionados, como una propuesta didáctica con la que se busca: **a)** interrelacionar elementos teóricos y prácticos, **b) que los alumnos escojan un tema de su interés para estudiar y se relacione con sus contextos próximos, c)** favorecer el desarrollo de individuos socialmente activos, **d)** poner en juego procesos interdisciplinarios asociando la Matemática con otras ciencias tales como Biología, Historia, Física, Economía, etc. y **e)** propiciar vinculaciones entre diferentes áreas de la Matemática y relacionadas con el tema de interés en estudio. La propuesta se constituye entonces, con aportes de los autores, que se evidencian en los cuatro primeros ítems recién listados y una opción del grupo puesta de manifiesto en el quinto ítem. Es importante destacar muy particularmente el ítem **b)**, anterior ya que en él reside el aspecto más innovador del abordaje pedagógico escogido. Este aspecto quizás significa para el profesor un gran desafío pues no conoce de antemano el tema a ser escogido por sus alumnos.

Respecto a la opción de formación para los propios profesores, esta se enmarca en una perspectiva de desarrollo profesional acorde a lo explicitado por Ponte (1998) y según se describe en el Capítulo II. Se intentó favorecer las potencialidades del profesor sin buscar uniformidad de pensamiento o acción. Se promovió un aprendizaje en la práctica, en la reflexión compartida sobre esa práctica y en procesos de negociación con otros docentes, alumnos o instituciones e identificando a la escuela como el espacio profesional del profesor (Imbernón, 1994).

En lo organizativo, en términos generales, se distribuyeron las actividades en el tiempo, se seleccionaron posibles cursos en los cuales desarrollar la experiencia y los roles para todas y cada una de las integrantes. Acorde a los requerimientos de ACC, Cristina actuó como responsable del proyecto coordinando algunas acciones de tipo organizativo, colaborando con las profesoras con sus proyectos y realizando observaciones de clases. Si bien, la existencia de un co-responsable, no era una condición impuesta por la ACC, se resuelve proponer a María en esa función. Isabel,



María y Analía actuarían como profesoras que construirían propuestas que luego llevarían a sus cursos, colaborarían con sus colegas y observarían clases.

Se propuso llevar adelante el proyecto en dos etapas con dos cursos del CE y con tres del CBU. Se preveía que la primer etapa se desarrollaría desde fines de 2003 y hasta completar el primer cuatrimestre<sup>28</sup> del 2004 con el fin de realizar un estudio de la bibliografía relacionada con la propuesta, planificar las actividades para el aula tomando como objetivo central que el proceso de modelización fuese objeto de enseñanza, realizar las primeras presentaciones en el aula, comenzar a apoyar a los alumnos en sus búsquedas de temas. Cabe señalar que, considerar el proceso de modelización como objeto de enseñanza, no es un supuesto que subyace en los trabajos de Bassanezi (1994, 2002) y Borba et al. (1999a, 1999b), esto si se encuentra presente en Biembengut & Hein (1999) y también fue tomada por el grupo. Esta decisión acompañada con la intención de propiciar vinculaciones entre diferentes áreas de la matemática y permitir que los alumnos escojan un tema de su interés, son cuestiones que le confieren particularidad a la propuesta.

La segunda etapa, se desarrollaría en el segundo cuatrimestre del 2004 y se centraría en los trabajos de modelización de los alumnos. Ambas etapas serían seguidas cuidadosamente por las cuatro integrantes quienes además deberían presentar, en ese período, dos informes de avance a la ACC. Se fijaron también instancias de encuentros y espacios de seguimiento del proyecto. En noviembre de 2003, el proyecto, logra obtener la aprobación y el subsidio de la ACC.

En proceso de tesis, redimensionando lo hecho en *Experiencia 2004* me pregunté: además de responder a mi invitación, al momento de escribir el proyecto, y sin que las profesoras tuvieran experiencia alguna con el abordaje pedagógico que se proponía, ¿qué llevó a Analía, María e Isabel a aceptar tal desafío? Transmití esta

---

28 Cabe señalar que si bien desde el año 2010 el año lectivo se divide en tres trimestres, en el 2004, este estaba dividido en dos semestres, atendiendo a los doce meses del año. Sin embargo, como cada uno de los dos períodos efectivos de clases son de cuatro meses aproximadamente y los cierres de promedios se dan a fin de cada uno de esos cuatro meses, en la mayoría de las escuelas se hablaba de cuatrimestre. Respetando este modo de expresión, denominaré primer cuatrimestre al período de clases comprendido desde marzo hasta las vacaciones de invierno (15 días en el mes de julio) y segundo cuatrimestre al período que va desde el final de las vacaciones de invierno de a los últimos días de noviembre.

pregunta a las profesoras. Sus respuestas a ello vinieron por correo electrónico o vía papel en el año 2009. Por ejemplo Analía escribió:

**[A]:** *Soy una profesora muy inquieta que siempre trato de seguir buscando cosas nuevas. Con esta motivación comencé trabajando en las Olimpíadas Matemáticas, algunos aspectos me confirmaron que la Matemática pasa por la resolución de problemas. En otros aspectos la Olimpíada (a altos niveles) no resulta una actividad masiva, con “truquitos” para resolver algunas situaciones que hacen que esto no sea para todos.*

*En 2003, Isabel me comentó de una amiga, ex compañera, (yo la conocía de vista de una ponencia que había presentado en la UMA-97, a la que me había invitado Isabel)<sup>29</sup> ... y por supuesto me enganché aunque sentí temor, pues sólo hacía un año que había tomado 5º año, pero sentí confianza de tenerla a Isabel como par didáctico.*

Sobre la palabra “didáctico”, Analía coloca una llamada con nota al pie donde aclara:

*Cuando fuimos a casa de Cristina, para la redacción del proyecto, sentí que estaban hablando en un idioma desconocido para mí.*

Analía explica que el idioma desconocido no se refería al lenguaje de los supuestos teóricos del proyecto sino al vocabulario, secciones y formato tan específicos pedidos por la ACC.

Por otro lado María e Isabel escriben:

**[M]:** *Me movió a aceptar la participación en el proyecto de la ACC el hecho de que siempre me gustó darle una mirada “investigativa” [reflexiva] a lo que hago en el aula; y si tú convocabas a esto, seguro que ésta era la perspectiva que iba a estar presente en el proyecto. Además, siempre me gustó participar en grupos donde se pudieran discutir propuestas de clases, materiales de enseñanza o exponer la propia práctica a la opinión de los otros y escuchar ideas de otros para llevar al aula*

**[I]:** *Si bien participaba de las olimpíadas con profesoras, no tenía un proyecto compartido, tenía plena confianza en vos que iba a ser productivo aunque algunas veces temía que no podría dar la matemática en la profundidad que yo la daba. Pensar en una matemática para más gente.*

---

29 En este texto, la amiga de Isabel a la que se refiere Analía, es Cristina. UMA-97 corresponde a la Reunión de Educación Matemática realizada en Córdoba en 1997. Tal evento es organizado anualmente por la Unión Matemática Argentina (UMA).

El deseo por el trabajo compartido o por acercar la matemática a más alumnos movilizaba a las profesoras. La confianza en otro cercano parece ser la plataforma que sostiene aún a pesar de sentir que se hablaban otros idiomas o que quizás no se podría trabajar con una profundización de la matemática. Esa confianza no era ciega sino que estaba fundada en el “conocimiento del otro profesional más próximo en aquel momento”. La confianza, la búsqueda de espacios compartidos, la curiosidad, permitieron aceptar nuevos desafíos, dedicar tiempos extras, vencer obstáculos y proyectar nuevas acciones para planificar y poner en aula actividades de modelización matemática.

Es posible indicar que, la convocatoria 2003 de la ACC, ofreció el terreno para la construcción del proyecto descrito. En ese sentido y, tomado las ideas de Lave, el proyecto puede ser visto como una propuesta de un escenario imaginado que permite llevar adelante actividades de modelización en el aula y actividades de formación para los profesores. Lo califico de imaginado pues cuando se lleva a aula, se encuentra con el terreno de las escuelas y en esa instancia se transforma dialécticamente a partir de la interacción entre sujetos y nuevos terrenos.

Este escenario imaginado al que llamo escenario de modelización se caracteriza por la presencia de un conjunto de espacios, situaciones, circunstancias, materiales, acciones e interacciones que confieren un sentido al proceso y con ello transforman ese conjunto en una experiencia cuyo fin es llevar al aula la modelización como abordaje pedagógico. En tal abordaje se espera que el estudiante tenga la posibilidad de experimentar en clase un proceso de modelización matemática completo (Bassanezi, 2002) y que el profesor apoye múltiples proyectos sin conocer previamente la matemática que se pondrá en juego para llevar adelante esos proyectos. La construcción de un escenario de modelización es un proceso dinámico en el que se reconocen instancias de planificación, construcción, implementación y evaluación del abordaje en aula. Un escenario de modelización se constituye como tal si los profesores aceptan el desafío que implica el abordaje pedagógico escogido y si los estudiantes aceptan la invitación para involucrarse en el proceso de modelización matemática en aula. Esto es, si acepta la invitación a escoger un tema, delimitar problemas, resolver situaciones, crear modelos y criticarlos. Un escenario de modelización adquiere singularidades ya en el momento en el que el docente selecciona y organiza las actividades para el aula o en las

características de las interacciones de docentes con alumnos, de ambos con otros actores, con la realidad y el conocimiento.

En la narración sobre la segunda fases se pondrán en evidencia procesos de profundización y creación o planificación en instancias previas al montaje de los escenarios de modelización como así también se describen los escenarios montados.

#### **4.2. Segunda Fase: Profundización, Planificación y Montaje de Escenarios de Modelización Matemática en Aula**

La segunda fase es muy compleja y densa. En este sentido, es posible reconocer en ella, tres procesos fuertemente relacionados y que se constituyeron mutuamente. Estos son los procesos de profundización de los sustentos teóricos, creación y planificación de un escenario de modelización y montaje en aula del escenario creado. La segunda fase es aquella en la cual comienzan a tornarse visibles las singularidades en el grupo, aunque en todas esas singularidades se reconocen aspectos compartidos. Los procesos de profundización, creación y planificación y montaje en aula, requirieron gran demanda de tiempo e interacciones entre los miembros del grupo. Tales procesos se inician a fines del año 2003, luego que la ACC comunica al grupo la adjudicación del subsidio, y culminan a fines del 2004. Entre diciembre de 2003 y marzo de 2004 se realizan cuatro reuniones con los objetivos de: I) profundizar los supuestos teóricos y delimitar algunos conceptos, II) tomar algunas decisiones respecto a cursos en lo que se llevaría adelante la propuesta, tiempos de inicio, tipo de actividades a construir, horarios y modos de observaciones de clases y III) iniciar los diseños para el aula. Para cada encuentro se realizan las actas correspondientes. La redacción de las mismas era una tarea que se rotaba entre las cuatro integrantes. Una vez redactada, cada acta circulaba, vía correo electrónico, entre todas las integrantes con el fin de corregir o agregar algo si fuere necesario. Tales encuentros estuvieron fuertemente vinculados entre ellos y dieron cuenta del propósito de la primera etapa propuesta para el proyecto. Hoy diría que, con estos encuentros se iniciaron auténticos proceso de elucidación: *“trabajo por el cual los hombres intentan pensar lo que hacen y saber lo que*

*piensan*” (Castoriadis, en Fernández, 1989, p. 307). A partir de la segunda semana de marzo de 2004, con el inicio del año lectivo, las actividades de cada una de las tres profesoras demandaban de 30 a 33 horas cátedras<sup>30</sup> semanales frente a cursos y varias horas de preparación de materiales y correcciones en casa no sólo para los cursos en los que se aplicaba la innovación sino también para el resto de los cursos a su cargo. Este hecho hizo que, durante la puesta en aula, se privilegiaran interacciones vía correo electrónico o encuentros de a dos o tres, con algunas pocas reuniones del grupo completo, reuniones que se intensificaron a fines del 2004. La responsable del grupo actuó como nexo entre las profesoras informando sucintamente sobre el avance del trabajo de cada una de ellas y en relación con lo propuesto en el proyecto o sobre los cambios que fue necesario realizar sobre la marcha acorde a las observaciones realizadas en los curso y discutidas con cada profesora. En *Experiencia 2004*, como en toda experiencia vivida, no siempre fue posible anticipar algunos hechos.

En la sección 4.2.1 describo lo acontecido durante la primera de las reuniones y en la sección 4.2.2 hago referencia a las siguientes tres reuniones. En la sección 4.2.3 y las subsecciones que la componen, focalizo mi relato sobre los terrenos en los que se montan los escenarios para cada curso y los correspondientes escenarios de modelización. En cada sección presento ejemplos ilustrativos.

#### **4.2.1. Profundización de los Sustentos Teóricos y Emergencia de Herramientas para Planificar y Pensar**

La primera reunión se realiza el día 18 de diciembre de 2003. La organización de esta reunión estuvo a cargo de Isabel quien ofreció la biblioteca de su colegio y todos los elementos o materiales necesarios. Para esa reunión y de común acuerdo entre todas las integrantes, se decide retomar y profundizar las nociones de modelización como abordaje pedagógico y de desarrollo profesional. Para ello, cada una debía volver a leer el proyecto y la responsable realizaría una presentación recuperando o ampliando varias de las nociones tratadas al momento de elaborar el proyecto. Aunque para la presentación, la responsable apeló a un conjunto de

---

30 Una hora cátedra equivale a un período de 40 minutos de clases en aula.

materiales que ya venía produciendo u organizando junto a la Dra. Mónica Villarreal o para sus clases de Didáctica de la Matemática en la Universidad Nacional de Villa María, no había intención de conferir a esa reunión características de “clase” sino que se buscaba reabrir espacios de reflexión compartida y que cada integrante tomara una responsabilidad particular.

En relación con la idea de desarrollo profesional se analizaron y discutieron las lógicas que subyacen en la idea de formación de profesores y desarrollo profesional según lo expuesto en Ponte (1998). Como se detalla en la siguiente transcripción del acta de la primera reunión (18/12/2003), el valor de trabajar bajo esa perspectiva se recupera así:

*En nuestro trabajo, la perspectiva del desarrollo profesional influirá en todo el proceso. En ese marco, se consideraron como actitudes valoradas el aceptar: las diversidades de cada una de nosotras, los distintos entornos, las diferentes expectativas, el intercambio de experiencias (aún las que no hayan dado resultados) [Que no hayan dado resultados se refiere a resultados que se calificarían como no positivos acorde a lo esperado]*

Las ideas sobre Desarrollo Profesional, se complementaron con la perspectiva de profesionalidad extendida (Hoyle, 1974), la cual reconoce la actividad docente inmersa en un contexto social educativo amplio. Con ella se problematizan las responsabilidades del profesor al considerar que van más allá del tiempo y el espacio acotado por el aula. Implica el reconocimiento de la colaboración profesional como aquello que permite superar la sobre-valorización de la autonomía profesional. Para ilustrar la discusión de Hoyle sobre profesionalidad extendida y enfatizar la tarea educativa como contextualizada, se recurre al diagrama presentado en la Figura N° 2 que recrea ideas presentadas en Gómez & Perry (1996). Estos autores presentan un trabajo de investigación e intervención en escuelas colombianas en el que se considera la actividad de educación matemática como sistémica y fuertemente relacionada con lo que ocurre en las instituciones en las que esa actividad acontece.

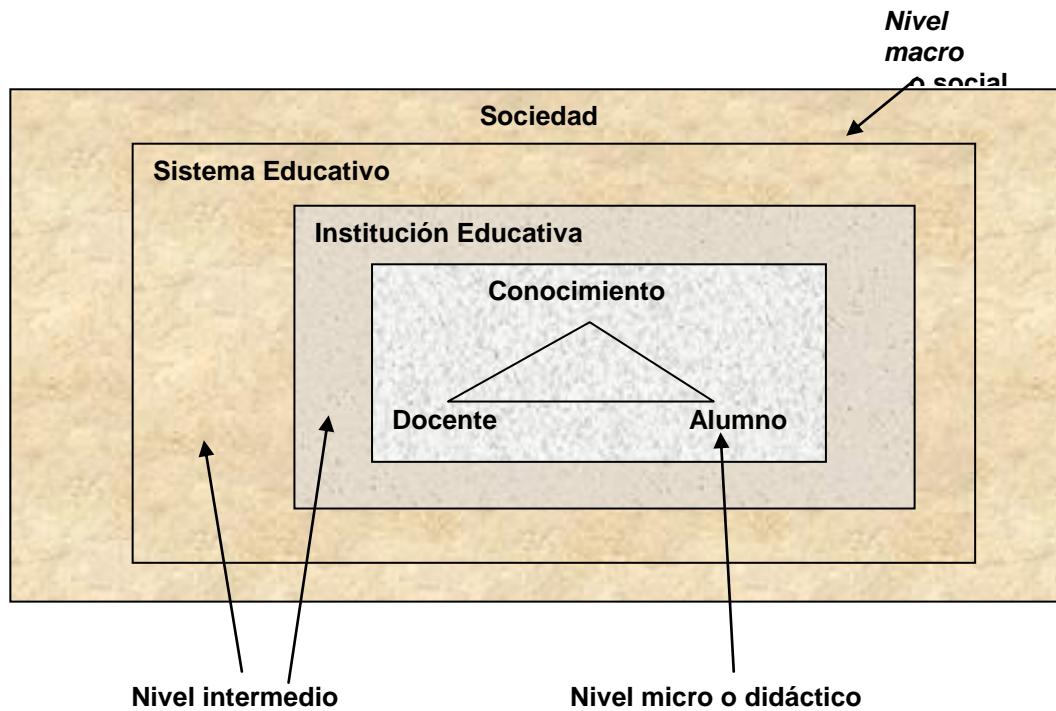


Figura N° 2: Contextualización de la tarea docente.

A partir de esta representación la tarea docente se mira como constreñida por disposiciones y posturas tomadas en otros sistemas que no son el didáctico o micro. Aquí apareció como pertinente el análisis de la construcción del propio proyecto como un producto pensado para el aula entre todas, bajo los requerimientos de la ACC, un agente del sistema macro pero que luego deberá adecuarse a los terrenos institucionales.

En instancia de profundización acerca de la visión de la matemática que sustenta el proyecto, se recurrió al análisis de ideas propuestas por Devlin, (1994). Los aportes de este autor posibilitaron repensar el posicionamiento epistemológico respecto a la matemática. La cual es considerada como la ciencia que estudia regularidades en fenómenos dentro o fuera de la matemática y que tales regularidades se plasman en modelos matemáticos contruidos, valiéndose de la abstracción y herramientas simbólicas. Esto abrió la discusión sobre la noción de modelo matemático y se propusieron definiciones aportadas por Bassanezi (1994) y Davis & Hersh (1989) según se ilustran abajo en los Cuadros N° 1 y N° 2.

*En el contexto de modelización, un modelo matemático es, casi siempre, un sistema de ecuaciones o inequaciones algebraicas, diferenciales, integrales, etc. obtenidas por medio de relaciones establecidas entre las variables consideradas esenciales para el fenómeno bajo*

## Cuadro N° 1: Definición de Modelo Matemático dada por Bassanezi

*Un modelo matemático es cualquier sistema completo y compatible de ecuaciones matemáticas diseñadas para que se correspondan con alguna otra entidad, su prototipo. Tal prototipo puede ser una entidad física, biológica, social, psicológica o conceptual, tal vez, incluso, otro modelo matemático. El término ecuaciones puede ser reemplazado por estructura pues no siempre se trabaja con modelos numéricos. (Davis & Hersh, 1988, p. 67-68)*

## Cuadro N° 2: Definición de Modelo Matemático dada por Davis & Hersh

Las ideas y definiciones presentadas, fueron criticadas en cuanto a las posibilidades de discutir sobre ellas con sus alumnos. Ante la crítica, surge la propuesta de buscar otras definiciones.

Para ahondar sobre el proceso de modelización se recuperó el proceso completo propuesto por Bassanezi (2002) recurriendo a la Figura N° 1 presentada en el Capítulo II. Acorde a lo discutido en el Capítulo II, en tal proceso es posible distinguir las siguientes fases: I) selección del tema, II) diseño y ejecución de experimentos, III) delimitación del o los problemas a estudiar y IV) construcción de modelos. En la reunión se convino que la forma del modelo, por ejemplo ecuación o esquema, se validaría de acuerdo a la definición de modelo que se asumiera en cada curso. Los subprocesos de experimentación, abstracción, resolución, validación, modificación y aplicación, involucrados en el proceso completo, se nombraron y caracterizaron acorde a la bibliografía consultada. Así, la *experimentación* se reconoció esencialmente como un proceso de laboratorio y/o estadístico y como un medio para obtener datos experimentales o empíricos que ayudan a la comprensión del problema, la modificación del modelo y la decisión de su validez. La *abstracción* se delimitó como el proceso por el cual se seleccionan variables consideradas esenciales y permite la formulación en lenguaje natural del problema o situación real a estudiar. Cuando se substituye el lenguaje natural por el lenguaje matemático se abre un proceso de *resolución* y se inicia el estudio y construcción del modelo matemático. El estudio del modelo depende de su complejidad y puede ser un proceso numérico. Cuando los datos conocidos no son suficientes, pueden ser



creados nuevos métodos o el modelo debe ser modificado. Este hecho nos introduce a dos procesos fuertemente interconectados, ellos son: validación y modificación. La *validación* pone en juego instancias de comparación entre la solución obtenida en la resolución del modelo matemático y los datos reales. Es un proceso de decisión de aceptación o no del modelo inicial. El grado de aproximación deseado será un factor preponderante en la decisión. En caso que la aproximación entre los datos reales y la solución del modelo no sea aceptada, se hace necesario la *modificación* de variables o la ley de formación. Con eso, el modelo original es modificado y el proceso de resolución se inicia nuevamente. Un proceso de modelización permite arribar a un modelo por medio del cual sea posible realizar previsiones, tomar decisiones, explicar y entender, es decir *aplicar* el modelo lo cual permite participar del mundo real con la capacidad de proponer o producir cambios.

Las fases y subprocesos fueron analizados y se abrieron discusiones relativas a los roles que deberían cumplir los profesores durante cada uno de ellos. Entre los aspectos discutidos cobró especial interés la gran posibilidad que significaba invitar a los alumnos a seleccionar libremente temas de su interés y el desafío que ello representaba para las profesoras. Lo que parecía dar tranquilidad ante este desafío era saber que se podía pedir ayuda a otros, que habría un grupo pensando en lo que ocurriría en cada curso o como dijo Isabel, *éramos cuatro que estábamos por ahí pensando si a alguna no se le ocurría [qué hacer] además, de hecho, nos podíamos equivocar.*

Parece que enseñar y aprender, por medio de la modelización, deja de ser esa pequeña tragedia en la que el error no tiene espacio (Britzman, 2003). Tal proceso, puede comenzar a ser visto como aquel por el cual el profesor se va constituyendo como tal, va llegando a ser profesor, siempre inacabado. Constantemente negociando y contrastado con la práctica, con lo que el mismo profesor quiere hacer o desea ser, con los modos de lograrlo y con las visiones de aquellos con quienes colabora (Ponte, 1998).

Por último, para ilustrar las fases y sub-procesos presentados, se introdujo un ejemplo de modelización relacionado con la dinámica poblacional de abejas en el que se sintetizan ejemplos dados en Bassanezi (2002, p. 226-234) y Biembengut & Hein, (1999). El primer autor propone el ejemplo para adultos o jóvenes. Tal hecho,

convirtió al ejemplo de Bassanezi en un buen medio para que las profesoras lo resolvieran y experimentaran la vivencia de completar un proceso de modelización o eventualmente lo pudiesen utilizar con los alumnos del CE. Los segundos autores, en cambio, presentan el ejemplo como medio para trabajar modelización con estudiantes más jóvenes. En la sección de Anexos describo con detalles el ejemplo antes mencionado. La pregunta central en estudio puede formularse de la siguiente manera: “*¿Cuánto tiempo toma para que una colmena alcance una población entre 60.000 a 80.000 individuos?*”. Luego de colocar un conjunto de consideraciones relativas al proceso de nacimiento y muerte de las abejas y las condiciones de constitución de una nueva colmena, se plantean dos hipótesis de trabajo. Se discutieron muy brevemente las ideas y datos alrededor de los dos problemas que se desprendían de cada una de las hipótesis propuestas y se anticipó que los modelos analíticos que subyacían a estas situaciones eran funciones definidas por partes con dominio en el conjunto de los números naturales. Quedó como trabajo, para la próxima reunión, llevar pensadas o resueltas todas las situaciones problemáticas planteadas.

Respecto a la implementación para el aula, se acordó que cada profesora, junto con sus alumnos, pondría en juego un proceso de modelización colectivo. Ese proceso, colectivo, se realizaría con los siguientes propósitos: 1) trabajar con el proceso de modelización como objeto de enseñanza, 2) acercar a los alumnos a tales procesos, 3) analizar los procesos y discutir sobre la noción de modelo matemático, 4) incorporar o profundizar contenidos o procedimientos matemáticos, que fueran surgiendo próximos al proceso y 5) realizar interacciones entre diferentes áreas de conocimiento o entre procesos matemáticos. Quedó también como tarea llevar propuestas de temas para abrir esta actividad colectiva en el aula.

Si bien aquí he presentado una escena casi congelada y prolija, la instancia real transcurrió con gran interacción entre las integrantes, por ejemplo, en el acta se indica:

*Durante toda la exposición se realizaron aclaraciones y preguntas sobre el contenido, aunque algunas de ellas tendían hacia la implementación en aula de las ideas que se estaban presentando*

Para aclarar y repensar ideas proyectadas hacia la futura implementación en aula, las Figuras N° 2 fue un buen sostén para enfatizar y reconocer algunas particularidades e influencias de las tres instituciones que intervinieron en el proyecto y prever adaptaciones negociadas con cada una de ellas. El esquema del proceso de modelización completo, presentado en el Capítulo II, representó un punto de partida para pensar los diseños para el aula, para introducir la modelización como objeto de enseñanza o pensar en los procesos de modelización que podrían llevar adelante los alumnos en grupos y el papel de la realidad para validar. En ese sentido se profundizó sobre cuáles serían los roles de las profesoras al acompañar a los estudiantes en sus procesos. Precisamente, al imaginar los roles de las profesoras, la mayor sensación de desequilibrio o inseguridad se produjo al tratar de imaginar qué sucedería en aula con los alumnos y ellas trabajando todos en simultaneidad de espacio y tiempo pero no de problemáticas. En esta reunión se perfilaron dos cuestiones que estarían presentes en toda la experiencia, las inestabilidades momentáneas que produce el abordaje pedagógico escogido en cuanto a la gestión del curso y la construcción de cuadros, diagramas o esquemas, como herramientas para pensar, diseñar y criticar propuestas o para acompañar los procesos de apropiación del abordaje pedagógico.

Al final de esta primera reunión, se propuso realizar el próximo encuentro el día 5 o 6 de enero de 2004, en casa de María.

#### **4.2.2. Planificar para el Aula**

Finalmente el encuentro en casa de María se llevó a cabo el día seis 6 de enero. En esta reunión se analizaron modelos matemáticos y propuestas para el aula. Del mismo modo, se comenzó a tomar un conjunto de decisiones para las puestas en aula que concluirían en el montaje de los escenarios de modelización.

Tal como se había convenido, se llevaron a la reunión, diferentes ideas y soluciones al problema de dinámica poblacional de una colmena que ya mencioné<sup>31</sup>.

---

31 Sólo para una referencia rápida indico que, acorde a la información proporcionada y trabajando bajo la primer hipótesis (ver sección de Anexos), los autores proponen un modelo analítico

Analía e Isabel trabajando juntas construyeron modelos bajo ambas hipótesis apelando a procedimientos analíticos y ayudadas por calculadoras. La solución ofrecida por ellas bajo la primera hipótesis coincide con la dada por María quien arriba a su solución apelando a una planilla Excel. Todas estas soluciones coinciden con las propuestas en Bassanezi (2002) y Biembengut & Hein, (1999). Bajo la segunda hipótesis se encontraron algunas divergencias numéricas entre el modelo propuesto por Analía e Isabel (“modelo Analía-Isabel”) y el dado por los anteriores autores. Para poder explicar la diferencia suscitada, el grupo decidió construir una tabla de valores en la que se realizó el conteo de individuos día a día y sin recurrir a ninguno de los modelos propuestos. Se determinaron los valores en los que había divergencias y se compararon con los obtenidos usando la tabla. A partir de estos procesos fue posible verificar que los resultados de tabla, que se consideraron como válidos por provenir de un conteo directo, coincidían con aquellos obtenidos usando el modelo propuesto por los autores. Con una cuidadosa revisión del “modelo Analía-Isabel”, se logra comprender y explicar la divergencia entre este y el modelo propuesto por los autores. Tal divergencia provino de una “diferencia de interpretación” de algunos datos y en la forma de contar los días.

Este relato que puede ser mirado como anecdótico no lo fue para la experiencia y aún hoy es recuperada por las profesoras. Esta situación fue muy importante pues puso en evidencia aspectos relativos a los procesos de modelización. Por ejemplo, la problemática de interpretación de datos numéricos, los cuales no hablan solos sino por medio de la voz de quien los interpreta. Por lo tanto surge la posibilidad de coexistencia de más de un modelo, para un mismo fenómeno, acorde a los sentidos atribuidos por quien modeliza. Este hecho ayudó a las integrantes del grupo a valorar el gesto de ponerse en el lugar del otro, sea ese otro un estudiante o un colega y a reconocer los sutiles detalles que juegan detrás de la “interpretación” en procesos de modelización o de resolución de problemas. También permitió que el grupo se colocara en el lugar del profesor que debe o deberá acompañar a sus alumnos en procesos de creación y validación de modelos.

---

relacionado con una función definida por partes, en el que para cada partición del dominio se establece una relación afín. Bajo las condiciones formuladas para la segunda hipótesis, se llega a un modelo analítico también definido por partes pero, compuesto por funciones exponenciales:

La situación dada hizo prever diferencias y buscar disposición hacia la escucha del otro. La tabla, una herramienta vista algunas veces con bajo estatus matemático, adquirió sentido e importancia como medio para comprender desde lo real y para validar. Las tablas serán recuperadas luego, en todos los cursos, por profesoras y alumnos como una potente herramienta para pensar y comunicar ideas.

Las diferencias de interpretación no fueron las únicas presentes en la reunión. Entre las profesoras, hubo diferencias en los modos de pensar y resolver las situaciones y en las motivaciones para resolverlas. Mientras que Isabel y Analía optaron por un abordaje analítico mediado por lápiz, papel y calculadora para pensar y comunicar, María, prefirió un abordaje centrado en la manipulación numérica apelando a una planilla Excel para pensar y producir. Isabel y Analía vieron potencialidad en el proceso de modelización, transitado por ellas, para trabajarlo con sus futuros alumnos. María, en cambio, encontró potencialidad en el trabajo con tablas y en el aspecto manipulativo de datos al pensar en sus futuros alumnos. Cabe indicar que si bien en esta reunión no se habían definido formalmente los cursos en que se llevarían a cabo las puestas en aula, parece que María ya tenía decidido trabajar con primer año. María podía optar sólo entre 1º y 2º años y para ambos cursos los contenidos involucrados bajo la hipótesis 2 eran inviables. Al respecto, en el acta de esa reunión, que fuera realizada por María, ella misma indica: *... como asumiendo ser una alumna de 1º año de CBU, no fui más allá de la primera hipótesis [...], además representé los resultados en tabla y gráfico, utilizando Excel.*

Luego de la interacción en torno a los diferentes procesos de modelización seguidos y las dificultades encontradas, emergieron un conjunto de preguntas e ideas que se focalizaron en la futura implementación en aula. A continuación transcribo dos de las preguntas planteadas:

*1- ¿Con qué tema comenzar la primera etapa del proyecto en el aula (introducir a los alumnos en la modelización matemática)?*

*2-¿Cómo será la evaluación? El proceso será evaluado mediante, ¿una nota más?, ¿con mayor peso en el promedio?, ¿con una sola nota al final del mismo?, ¿o con varias?*

Se ensayaron algunas respuestas para estos interrogantes y hubo algunos avances de opciones y proyecciones hacia la futura implementación.

Analía e Isabel manifestaron su interés por trabajar en cursos del CE que ya habían tenido el año anterior. Más específicamente, preferirían quintos años en los cuales consideraban como natural y deseable la introducción de la modelización. En ese marco de posibles cursos para trabajar, ambas indican la factibilidad de introducir modelización por medio del problema de la dinámica poblacional de abejas tratado durante la reunión en profundidad, ya que con esta situación surgen contenidos del texto curricular oficial para quinto año. Comentan también que ya habían buscado información complementaria en Internet y que la misma les había ayudado a comprender mejor el tema y problema a modelizar. La información recogida se relacionaba con tipos de abejas que existen, modos de relacionarse entre ellas, funciones de los diferentes individuos de una población, geometría de un panal, abejas que se pueden encontrar en Córdoba, etc.

María aclara que ella prefería trabajar con primer año y, en lo posible, le gustaría trabajar con las tres secciones a su cargo para no tener problemas de disparidad entre temas de las diferentes secciones. Señala también, que no había pensado para ese momento con qué tema iniciar el proyecto en aula. Aquí cabe reiterar que cuando se dice “tema” no se piensa en un tópico matemático sino en un tema preferentemente del mundo real que permita delimitar un problema y con ello ilustrar el proceso de modelización colectivo e incorporar conocimientos matemáticos.

Con respecto a la evaluación se reconoce que esta es una problemática de gran impacto en las instituciones escolares y por lo tanto no es algo que el grupo pudiera decidir unilateralmente. La decisión respecto a este tópico debió ser negociada por las profesoras en cada una de sus escuelas y con los actores que correspondiese.

Las preguntas y las correspondientes respuestas explicitadas en esta segunda reunión fueron tomando forma en la próxima reunión y perfilaron diferentes estilos, gustos y modos de trabajo de las docentes.

Hoy puedo decir que, estas primeras decisiones de las profesoras, se vinculan con las relaciones y conocimientos construidos por ellas a partir de sus interacciones con los diferentes ciclos de enseñanza. Diferentes ciclos que implican diferentes conocimientos, modos de organización, estudiantes, demandas institucionales, en definitiva, diferentes contextos. Y, estas relaciones y

conocimientos impregnarán luego sus decisiones y se pondrán en evidencia en la próxima reunión

La tercera reunión se realizó el día 26 de febrero en casa de Analía y se caracterizó por un torbellino de ideas e interrogantes aportados por cada una de las profesoras pero también por un conjunto de precisiones que se adoptaron en cuanto a cursos con los cuales trabajar, momentos y modos generales.

Se convino que, a diferentes tiempos y con diferentes materiales o recursos, cada profesora trabajaría con una estructura de actividades articuladas que contemplarían: a) presentación del proyecto a los alumnos e invitación a participar, b) construcción colectiva de un proceso de modelización, c) introducción de nuevos contenidos y d) modelización grupal acorde a temas escogidos por los alumnos.

Fijada esta estructura, cada una de las profesoras fue comunicando sus decisiones más específicas en cuanto al curso con el que le gustaría llevar adelante la propuesta u otras cuestiones de organización. En ese sentido y tal como ya se había anticipado, Isabel y Analía deciden trabajar con alumnos que ya conocían del año anterior. Isabel trabajaría con una sección de 5º año con orientación en Ciencias Naturales mientras que Analía lo haría con un 5º año con orientación en Economía y Gestión de las Organizaciones. A raíz de negociaciones con sus instituciones ambas comenzarían el año lectivo con tópicos matemáticos que serían enseñados y evaluados en un formato acorde a sus modalidades habituales de trabajo para luego dar inicio al trabajo con modelización. El tema de la dinámica poblacional de las abejas sería el seleccionado para el proceso colectivo de modelización.

María, finalmente opta por trabajar con tres secciones de 1er año del CBU y decide iniciar desde el primer día de clases con modelización apelando para ello al “Tema Envases”, inspirada en un trabajo de Biembengut & Hein (2000). Además de poner en juego procesos de modelización y ofrecer el medio para la emergencia de contenidos matemáticos, también intentaría realizar una revisión de contenidos del colegio primario y problematizar a sus alumnos en torno a algunas cuestiones relacionadas a la alimentación, costos de producción y costos de envasado

Las tres escogen el final del primer cuatrimestre como fecha en que los alumnos comenzarían a presentar sus propuestas de tema y/o problema para el trabajo grupal. Se estimó que cuatro o cinco alumnos era un número adecuado de

miembros para cada grupo. La elección de los grupos sería libre y el profesor sólo intervendría si se generaba algún problema o situación particular al momento de constituirse los grupos. Acorde a los supuestos asumidos sobre el trabajo de modelización en aula se intentaría orientar a los alumnos a elegir problemas cercanos a sus entornos.

Se propuso una nueva reunión para antes del inicio de clases que se realizaría en casa de Isabel. Para esa cuarta reunión se plantean como tareas: pensar cómo presentar a los alumnos la noción de modelo y concretar entrevistas con los directivos de cada escuela para hacer una presentación más formal del proyecto. Con todas estas decisiones ya tomadas y muy próximas al inicio del año lectivo, el primero de marzo se efectuó la cuarta reunión en casa de Isabel.

Fueron tres horas de trabajo intenso en que se ultimaron algunos detalles previos al inicio de clases. Cada profesora propuso un cronograma de actividades para sus cursos pero sin intención de aprisionarse a él. Se discutieron nuevamente cuestiones relacionadas con las evaluaciones, sean ellas, durante o al finalizar el proceso colectivo de modelización o durante o al finalizar los procesos de modelización grupales. Este fue un aspecto que quedaría para ser trabajado con cuidado. Es bastante comprensible la emergencia de la preocupación por la evaluación. Como se puede notar, acorde a lo relatado hasta aquí, la propuesta compromete al conocimiento escolar que se pondría en juego, a su selección, su organización, secuenciación y modo de comunicarlo. En ese escenario no podía faltar la reflexión sobre la evaluación.

Finalmente, se convino que la responsable junto con las profesoras haría una nueva presentación del proyecto a las direcciones de las escuelas. Se acordó en llevar una breve carta de presentación del proyecto con enunciación de algunas actividades y anticipando la presencia de las integrantes como observadoras de clases. La comunicación de las ideas esenciales del proyecto se haría en forma verbal. Cabe señalar que los directivos ya estaban en conocimiento de las características generales del proyecto pues cada uno de ellos tuvo que dar su aval al momento de presentar el proyecto a ACC. Pero, esta nueva presentación tenía por fin hacer evidente el trabajo de las profesoras involucradas en este proyecto y solicitar apoyo por parte de la institución ante una propuesta que realmente iba a necesitar mucha colaboración.



Es claro que el inicio de clases se aproxima y con ellas las instituciones se evidencian en plenitud. Las reuniones como las descritas, distendidas, con suficiente disponibilidad de tiempo y que permitieron lograr buena parte de los objetivos propuestos para la primera etapa del proyecto, van a ir quedando en el pasado, serán reemplazadas por interacciones de a pares o vía correo electrónico. Esto es así pues, como ocurre con casi todos los trabajos innovadores, se necesitarían más horas de trabajo respecto al ritmo de actividades habituales de las integrantes. Cabe señalar que nadie recibiría un sueldo extra por ello, pero al menos el subsidio logrado permitiría disponer de dinero para comprar libros u otros materiales. Quizás más importante que ello, con el subsidio, se legitimaba la innovación ante las instituciones y con ella, ante alumnos y padres.

La mayoría de las decisiones para las puestas en aula se acordaron en las dos últimas reuniones y se las presentan con detalles en la sección próxima.

#### **4.2.3. Escenarios Montados en Aula: Generalidades y Particularidades**

En base a la estructura de actividades acordadas en las dos últimas reuniones y, esbozados en los ítems *a)*, *b)*, *c)* y *d)* que se presentaron en la sección 4.2.2, se delimita la estructura básica sobre la que se montarían los escenarios en las tres escuelas. En tales escenarios, cada profesora junto con sus alumnos:

- I)* Discutieron las ideas generales del proyecto y debatieron sobre el quehacer matemático.
- II)* Trataron un tema y/o problema a modelizar colectivamente y presentaron nuevos contenidos.
- III)* Propusieron y trabajaron con actividades de Formulación de Problemas.
- IV)* Realizaron evaluaciones parciales centradas en contenidos y procesos desarrollados en aula.

Por otro lado los grupos de alumnos:

- V)* Desarrollaron procesos de modelización completos. Los resultados parciales de cada grupo se comunicaron y discutieron con todos los grupos del curso. Los alumnos redactaron informes parciales y finales escritos en versión digital y papel.

Finalmente realizaron presentaciones colectivas de los trabajos grupales en un plenario en el que intervinieron los tres colegios.

Mientras que los profesores:

VI) Acompañaron a los grupos en sus procesos de modelización. En los casos que lo requerían, apoyaron a los grupos para conseguir ayuda de expertos en los temas escogidos. Realizaron evaluaciones de los procesos seguidos por cada grupo o de los informes escritos parciales o finales. Organizaron una presentación colectiva de los trabajos grupales en un plenario en el que intervinieron los tres colegios

Este andamiaje básico, me permite hoy caracterizar con más detalles los escenarios de modelización que se pusieron en juego durante *Experiencia 2004* y reconocer sus singularidades. En este sentido puedo indicar que en tal escenario, el proceso de modelización matemática actuó como eje que articuló e integró el proceso educativo. Del mismo modo, observo en ese escenario, la presencia de dos escenas principales a las que identifico como: *modelización colectiva* y *modelización en acción*. La modelización colectiva se puede identificar con lo descrito en los ítems I a III, mientras que modelización en acción se corresponde con los ítems V y VI. Tales escenas son de diferente naturaleza y se constituyen dialécticamente (Lave, 1991).

La escena *modelización colectiva* se caracterizó por haber estado centrada en el proceso de modelización como objeto de enseñanza. Para esta escena cada profesora escogió un tema y problema particular, el cual fue objeto de análisis y modelización colectiva pero también actuó como medio a través del cual emergieron contenidos matemáticos, se abordó el proceso de modelización como objeto y se abrieron espacios de interacción colectiva. Si bien previo a esta escena el profesor había realizado una selección, organización y secuenciación de algunos contenidos, actividades y materiales, no se cerró la entrada a otros nuevos que pudieran surgir en las interacciones. En cualquiera de los casos, los objetos que emergieron fueron respuestas al problema relacionado con el caso en estudio, adquirieron sentido en tal contexto y luego se generalizaron o aplicaron a otros contextos. En esta escena, el profesor tuvo un rol principal pero, su actuación sólo adquirió sentido o relevancia en la interacción con sus alumnos y los medios que privilegió para tal interacción.

En la escena *modelización en acción*<sup>32</sup>, los alumnos fueron los actores principales al involucrarse grupalmente en la selección de un tema y delimitación de un problema que les permitió poner en juego un proceso completo de modelización matemática. Con centro en el problema de cada grupo, surgieron nuevos contenidos, materiales, actividades y/o actores humanos: padres de alumnos, especialistas en la temática tratada, colegas de las instituciones involucradas, etc. o actores no-humanos: Internet, algunos programas de computación, calculadoras, etc. Todos ellos representaron ayudas para explorar y ensayar soluciones al problema delimitado. En ese proceso, los materiales o actores que surgieron adquirieron sentido para el grupo. En esta escena los grupos fueron comunicando a sus compañeros y profesor los avances de sus trabajos. El profesor colaboró con cada grupo, reguló las interacciones al interior de los mismos o entre ellos y con los materiales o actores que surgieron. En esta escena el profesor ensayó respuestas a nuevas demandas y cargó de sentido su práctica docente.

En este escenario de modelización alumnos y profesores se interrelacionaron con conocimientos, materiales y otros actores humanos o no-humanos. Tales interrelaciones cargaron de sentido sus acciones.

Ambas escenas quedaron atravesadas por diferentes tipos de evaluaciones. En la modelización colectiva fue posible trabajar con evaluaciones parciales escritas, individuales y centradas en los contenidos trabajados, en el proceso de modelización o en las aplicaciones del o los modelos construidos. En la modelización en acción la evaluación fue grupal y se focalizó en los procesos de modelización, las interacciones y los modelos construidos por cada grupo. Para esta evaluación se creó una guía de evaluación consensuada por las tres profesoras en la que se especifica que para el seguimiento y evaluación del trabajo de los alumnos la información se sistematizará a partir de observaciones de la participación de los alumnos en su grupo, sus presentaciones orales y sus interacciones con la profesora.

Se delimitaron criterios de evaluación que permitieron valorar en cada grupo de alumnos los siguientes ítems: a) delimitación del tema, problema y propuesta de

---

32 La expresión modelización en acción se inspira en la idea de "*modeling and media in action*" presente en Borba & Villarreal, 2005 (p. 101).

acciones a seguir, *b*) recolección y organización de datos y su pertinencia respecto al problema formulado, *c*) análisis de datos parciales o finales, de procesos matemáticos puestos en juego y su pertinencia en relación con el tema y problema, *d*) interpretación y valoración de los procesos y modelos puestos en juego y *e*) sistematización en documentos escritos de las acciones seguidas por el grupo, las sugerencias realizadas por la profesora o expertos y posterior comunicación de avances parciales o finales. Si bien no siempre fue factible ajustarse a esta guía ni tampoco el grupo de profesoras pretendía quedar atrapado en ella, la misma representó un instrumento valioso para el seguimiento de los trabajos producidos en escenas de modelización en acción.

En *Experiencia 2004*, cada escena puesta en aula fue regulada de acuerdo a las interacciones entre terrenos y escenarios o entre alumnos, docentes e instituciones. Si bien la escena de modelización colectiva dominó el primer cuatrimestre y la de modelización en acción el segundo cuatrimestre del año lectivo, ambas coexistieron en varias oportunidades y recibieron influencias mutuas la una de la otra.

A continuación presento brevemente los terrenos y los escenarios montados en ellos para cada una de las dos secciones de quinto año a cargo de Analía e Isabel y para las tres secciones de primer año a cargo de María. Aunque las dos profesoras de quinto año trabajaron en instituciones diferentes y montaron sus escenarios sobre terrenos no semejantes, decido hacer las descripciones de ambos escenarios de manera conjunta dado que los mismos fueron diseñados y seguidos por ambas profesoras. En el caso de primer año las compatibilidades entre las tres secciones a cargo de María justifican que realice sólo una descripción.

#### **4.2.3.1 Terrenos y Escenarios para Quinto Año**

Isabel trabajó en una institución en la que se desempeñaba prácticamente desde que se recibió, concentrando ahí todas sus horas cátedras y en la que tenía una posición consolidada como profesora. El colegio es público de gestión privada destinado sólo para mujeres, se encuentra ubicado en el centro de Córdoba con lo cual convergen a él estudiantes de diversas zonas de la ciudad

para asistir a los tres niveles de enseñanza que ofrece la institución. La estructura edilicia es confortable y ordenada. Si bien cuenta con sólo una sala de computación para los tres niveles de enseñanza, es posible acceder a la misma acordando de manera anticipada con el encargado de la sala.

Analía trabajó también en una institución pública de gestión privada en la que había logrado concentrar todas sus horas cátedras en el año 2003 y se encontraba en proceso de consolidar su posición como profesora de matemática. El colegio es mixto, por su ubicación concurren a él fundamentalmente estudiantes de la zona sur de la ciudad y cuenta con un espacio físico abierto y muy amplio. El edificio es de dos plantas, en la planta baja funciona el nivel primario, jardín de infantes y el gabinete de informática. El secundario funciona en la planta alta lo cual, sumado a la gran demanda del gabinete de informática, dificultó el acceso de estos estudiantes a las TIC. Debido al crecimiento del número de barrios en la zona sur, la escuela ha crecido en cantidad de estudiantes de modo tal que hay cursos de 40 o más alumnos.

Las profesoras de ambos *quintos años*, aunque no en simultáneo, iniciaron sus actividades con modelización luego de haber introducido, trabajado y evaluado contenidos del texto curricular oficial bajo otros escenarios pedagógicos. En ambos casos tal decisión se tomó en búsqueda de equilibrio entre los requerimientos de la innovación y lo que las respectivas instituciones demandaban. Ambos quintos tienen asignados 120 (ciento veinte) minutos semanales o tres hora cátedras para matemática, distribuidos en dos días a la semana. En el caso de Isabel, ella tenía a cargo, además, el curso de estadística para ese mismo quinto año, también con 120 (ciento veinte) minutos semanales. Este hecho hizo que, algunas veces, pudiese contar con 240 minutos semanales en lugar de sólo 120 para trabajar en el desarrollo del proyecto de modelización. Esta situación tuvo que ser negociada con ella misma, sus alumnas y la institución. Isabel explica este hecho en la entrevista:

**[I]:** *En ese curso yo tenía tres horas [se refiere a horas cátedras] de matemática y tenía tres horas de estadística entonces, eso me permitió también tener un poco más de aire digamos para poder usar algunas horas de estadística también para la modelización, ...aunque, la verdad es que ese año de estadística me parece que no di menos que otros años...* (Protocolo de Entrevista a Isabel)

Isabel trabajó con un curso de 28 alumnas, bajo escenarios de modelización a partir de mediados de abril. Analía, en cambio, trabajó con un curso compuesto por varones y mujeres sumando un total de 44 estudiantes, e inició modelización casi a finales de junio.

Isabel contó con el apoyo de dirección y varias de sus colegas de la escuela, mientras que para Analía fue un poco más difícil lograr un apoyo efectivo.

Ambas profesoras planificaron presentar a sus alumnos el escenario de modelización en el que trabajarían invitándolos a participar de él en un espacio de diálogo cordial y puntualizando algunos cambios que significaría trabajar en escenarios de modelización. Por ejemplo, Isabel les comenta a sus alumnas que, si bien está a punto de jubilarse, se siente como una practicante y agrega: “*Quizás ustedes me ven diferente*” a lo que las alumnas responden en coro y con énfasis: “*¡Sí!*” (Notas de observación de clases del 12/04/04).

La iniciación al proceso de modelización matemática se da por medio de una discusión relacionada con la idea de lo que es la matemática, los problemas y la resolución de problemas. En el quinto año con orientación en ciencias naturales, a cargo de Isabel, ella pregunta “*¿qué es un problema?*” lo que produce la siguiente interacción:

**[E1]**<sup>33</sup>: *Una ecuación es un problema*

**[E2]**: *Eso no es un problema.*

**[E3]**: *La ecuación la tengo luego que resuelvo o tengo el problema.*

**[E4]**: *El Teorema de Thales es un problema*

Es interesante notar que en los ejemplos de problemas propuestos por las alumnas se evidencia la noción de problema como una idea subjetiva. Para la primera alumna, resolver una ecuación representa un desafío lo suficientemente importante como para que se convierta en un problema para ella, en cambio para las otras dos alumnas, la ecuación parece ser un procedimiento a aplicar a fin de resolver lo que para ellas sería un problema. La última alumna propone un ejemplo

---

<sup>33</sup> Para identificar las alumnas, al momento de tomar notas, coloqué E seguido de un número pues en ese momento no conocía sus nombres y la profesora no las nombró pues ellas intervenían espontáneamente.

concreto de algo que para ella es un problema. Precisamente, en este debate, Isabel recuperó lo dicho por la última estudiante y comentó aspectos históricos relacionados con la constitución de tal teorema, enfatizando la relación mundo real-problemas-matemática, y señalando:

[I]: *Thales vio un problema de la vida real [aquí problema se utiliza en el sentido de cuestión que es necesario explicar o comprender] y lo transformó en un problema [formulación con carácter matemático]. Thales trasciende con su solución a un problema construido a partir de una situación real.* (Notas de observación de clases del 12/04/04)

Tomando lo dicho aquí como ejemplo y punto de partida indicó:

[II]: *Hasta ahora los problemas se los hemos dado nosotras, [por nosotras se refiere a las profesoras del colegio en el que trabaja Isabel] pero ahora comenzaremos a hacer al revés, ustedes tomarán un problema de la vida real y formularán un problema [en un sentido matemático]* (Notas de observación de clases del 12/04/04)

En esta instancia de discusión iniciada en ambos quintos, las profesoras apelaron a un esquema propuesto por Davis & Hersh (1989, p. 102), mostrado en la Figura N° 3, a través del cual los autores ilustran la relación entre lo real y lo ideal. Si bien los autores no explicitan el problema que puede relacionarse con este esquema, las profesoras hacen uso de cuestiones ya trabajadas con los alumnos para discutir una posible interpretación del mismo. Analía recurre a aspectos geométricos y económicos e Isabel a asuntos geométricos y físicos

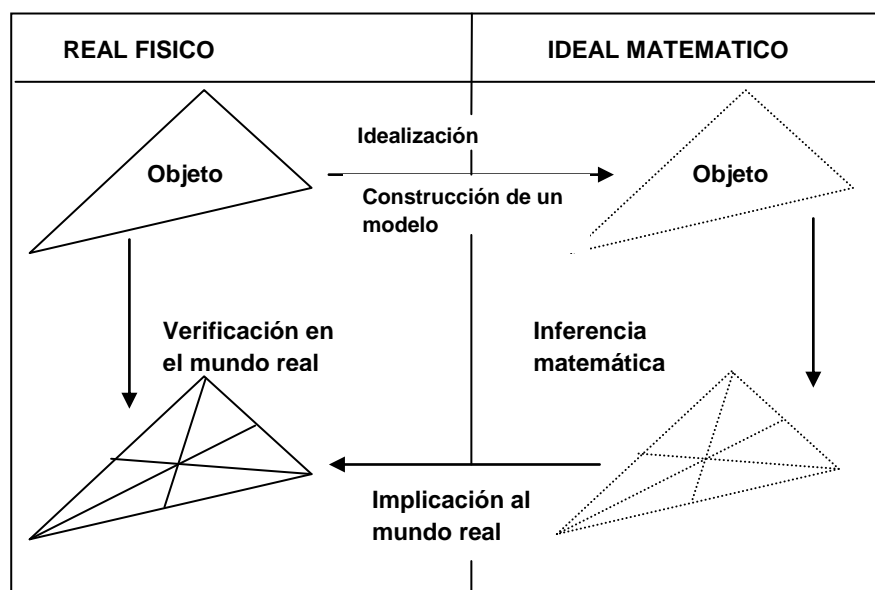


Figura N° 3: Esquema de Davis & Hersh (1989, p. 102)

Las profesoras vieron en ese esquema una manera de representar la inter.- relación mundo real- matemática y en función de esa mirada escogieron los ejemplos y modos de interactuar con sus alumnos.

Por ejemplo Isabel relacionó el esquema anterior con la construcción del modelo  $F = m \cdot a$  (Notas de observación de clases del 12/04/04), mientras que Analía analizó el proceso involucrado en la Figura N° 3 valiéndose del siguiente problema: “*queremos fabricar un producto y nos proponemos calcular el precio con que éste puede salir a la venta*” (Planificación para quinto año de Economía, 2004). Con este problema reconoció, con sus alumnos, el fenómeno del mundo real, las variables involucradas, algunas condiciones a ser cumplidas, para luego proponer una ecuación de precio como modelo ideal.

Cada una de las profesoras presentó a los estudiantes un conjunto de datos y problemas para continuar relacionando matemática con mundo real e identificar los subprocesos de modelización

En ambos quintos se convino en que, modelar es representar una situación real con un modelo matemático e involucra una serie de procedimientos: 1º) Interacción con el asunto: reconocimiento de la situación problema, familiarización mediante la investigación, 2º) construcción del modelo: formulación del problema, resolución del problema en términos del modelo y 3º) Interpretación de la solución y validación con la realidad (Biembengut & Hein, 1999).

Para introducir el proceso de *modelización colectiva* el tema escogido fue: “*Constitución de una colmena de abejas en condiciones normales*”. Básicamente una colmena en condiciones normales es aquella que alcanza una población entre 60.000 a 80.000 individuos. Las profesoras decidieron invitar, cada una de ellas, a un apicultor a sus clases para que los alumnos *interactuaran con el asunto* en estudio. Los aspectos presentados por cada apicultor en los cursos con los que interactuaron respectivamente mostraron similitudes y también diferencias. Las diferencias más importantes se generaron a partir de los intereses de cada curso, en función de las especialidades. El grupo de Analía, cuya especialidad es economía y gestión de las organizaciones, se interesó por tópicos económicos referidos a la producción de miel. El grupo de Isabel, cuya especialidad se focaliza en las ciencias naturales, se centró en aspectos biológicos y relacionó el problema con fenómenos



propios de las ciencias naturales. En ambos casos fue posible obtener la información suficiente como para iniciar el proceso de modelización colectiva.

La información recogida en la reunión con el apicultor, que reemplazó al proceso de *experimentación*, fue complementada con datos y condiciones provistas por las profesoras y se formuló el *problema a estudiar* en forma de pregunta: “¿Cuánto tiempo toma para que una colmena alcance una población entre 60.000 a 80.000 individuos?” Tal pregunta se estudió bajo las dos hipótesis presentadas en la sección de Anexos.

Las tablas fueron las herramientas matemáticas seleccionadas no sólo para la organización de los datos ofrecidos sino también para ir *delimitando los modelos*. Cabe señalar aquí que, en los procesos de *abstracción*, delimitación y luego de *validación*, las calculadoras fueron los medios privilegiados por profesoras y alumnos.

En ese proceso colectivo, y a partir del trabajo bajo la primera hipótesis, se introdujeron sucesiones aritméticas y funciones definidas por partes como generalizaciones y aplicaciones del modelo construido. Una vez hecho esto, ambas profesoras, con diferentes posibilidades de discusión debido a las diferencias de cargas horarias semanales, invitaron a sus alumnos para realizar actividades grupales de formulación de problemas. En estas actividades los grupos debían encontrar un problema de la vida diaria modelizable con sucesiones aritméticas o funciones definidas por partes. En caso que encontrarán problemas interesantes que no respondieran a ninguno de los modelos dados, también era posible trabajarlos. Algunos grupos trabajaron mucho más en extensión y profundidad de lo que se esperaba, sobre todo en la búsqueda de información. En el curso de Isabel, todos los grupos presentaron pósters con sus trabajos al resto de sus compañeros. Dadas las limitaciones de tiempo e infraestructura, en el curso de Analía se presentaron sólo algunos de los trabajos. Para ilustrar lo acontecido en procesos de formulación de problemas, presento un trabajo desarrollado por alumnas del quinto de ciencias naturales, a cargo de Isabel. Tal ejemplo es tomado de Marguet et al, 2007 (p: 319-331).

## Ejemplo de formulación de un problema: cría de conejos

En situación de formulación de problema, Isabel había planteado la siguiente consigna a sus alumnas en forma escrita y oral:

*Piensen un tema del mundo real en el que crean que existen progresiones aritméticas y/o funciones definidas por partes. Inscriban en él un problema del interés de ustedes. Traten de construir el modelo matemático que les permita resolverlo y analicen si realmente el modelo encontrado responde o no al modelo pedido justificando sus conclusiones. (Marguet et al, 2007, p.321)*

El grupo de alumnas que produce el modelo que voy a describir, se caracterizaba por no tener una gran afinidad con la matemática y sus trabajos en los cursos previos de matemática habían sido desarrollados con ciertas dificultades. A pesar de ello, tenían una buena relación con su profesora. Al inicio de la formulación de problemas tuvieron dificultades para escoger un tema. A fin de ayudarlas a pensar la profesora les ofreció un texto en el que, entre varios ejemplos de sucesiones, se discutía acerca de la sucesión de Fibonacci<sup>34</sup> relacionada al caso de reproducción de conejos. A las estudiantes les pareció interesante ese caso pero, no podían encontrar sentido al problema relacionado con la reproducción de los conejos, ni a la sucesión de Fibonacci. Las interacciones con la profesora y la responsable tampoco las ayudaron a cargar de sentido y comprender el problema. La búsqueda de comprensión y sentido, llevó al grupo, en forma autónoma, a contactarse con una persona que se dedica a la cría de conejos en una granja próxima a la ciudad de Córdoba. La relación con esta persona “experta en el tema conejos” y su espacio de trabajo, permitió que las alumnas propusieran como tema de estudio la “*dinámica poblacional de conejos de una granja de Córdoba*”. Acorde a los datos que les proveyera la experta en el tema, delimitaron tres condiciones para el estudio:

- 1) *Cada pareja de conejos tiene 4 crías por parto*
- 2) *El período de gestación es de 3 meses (tienen cuatro partos por año) y*

---

34 Es importante puntualizar que, si bien la consigna dada por la profesora pedía formular problemas para sucesiones aritméticas y, aunque la sucesión de Fibonacci no es una sucesión aritmética, se permitió que las alumnas la tomaran como inspiración para su trabajo. Como se podrá ver, dicho trabajo no desembocó en una sucesión aritmética pero fue aceptado pues se privilegió el proceso de formulación de problemas por sobre el modelo.

### 3) Ya a los tres meses pueden tener crías

Bajo esas condiciones plantean el siguiente problema: *¿En cuánto tiempo se podrá obtener un criadero de 120 conejos si comenzamos con una pareja de conejos? Colocaron como hipótesis de trabajo que: “en cada parto nacen la misma cantidad de machos que de hembras”.* Como se pondrá en evidencia en la próxima tabla, las estudiantes trabajaron asumiendo implícitamente que la pareja inicial de conejos tiene cría después de un trimestre, esto es, al iniciar el conteo se supone que la pareja estaba preñada.

Para comenzar a construir el modelo correspondiente, las alumnas realizan en varios afiches diagramas de árbol en los que fueron vinculando los datos dados, las condiciones y el proceso de evolución de la cantidad de conejos y cantidad de parejas por trimestre. Recuerdo haber visto a este grupo trabajando sentadas en el suelo del aula o en el escritorio de la profesora pues esos lugares eran los únicos en los que entraban sus afiches. Este diagrama, de fuerte impacto visual les permitió luego sistematizar el trabajo y presentarlo en la siguiente tabla:

$n$ (trimestres)	$a_n$ ( $n^{\circ}$ de parejas)
0	1
1	3
2	5
3	11
4	21
5	43
6	85

Evolución de la población de conejos

Del análisis y exploración de la información organizada en la tabla, las alumnas proponen el siguiente modelo:

$$\begin{cases} a_n = 2 \cdot a_{n-1} - 1 & \text{si } n \text{ es par} \\ a_{n-1} = 2 \cdot a_{n-1} + 1 & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$$

La presentación de este trabajo al resto del curso produjo aplausos y representó el reconocimiento de las posibilidades de ese grupo, para producir matemática. Para las alumnas del grupo su trabajo significó comenzar a transitar las clases de matemática desde otro lugar. Para la profesora significó revalorizar el rol que juegan los escenarios pedagógicos en la construcción de conocimiento por parte de los alumnos y sus relaciones con ese conocimiento. Se reconoce también la importancia del aporte de alguien externo al aula, la experta en cría de conejos en este caso, para la construcción de sentido por parte de las alumnas.

Con la formulación de problemas, este grupo, protagonizó una auténtica escena de modelización en acción.

Cabe indicar que, el modelo y condiciones propuestas por las alumnas, motivaron a Isabel a seguir pensando y trabajando sobre el modelo original. Con su trabajo, Isabel produce dos modelos más que luego compartió con todo el curso. Un primer modelo de naturaleza recursiva y válido para todo  $n$  en el conjunto de los números naturales:

$$a_n = 2 \cdot a_{n-2} + a_{n-1}$$

Un segundo modelo no recursivo y también válido para todo  $n$  en el conjunto de los números naturales:

$$a_n = \frac{4}{3} 2^n - \frac{1}{3} (-1)^n$$

Los modelos construidos por Isabel ponen en evidencia al menos tres aspectos relacionados con la práctica docente:

- 1) Una ruptura a la clásica relación asimétrica en la que el docente propone y los alumnos resuelven.
- 2) Una práctica docente reflexiva en la que el profesor regresa a su hogar sin cerrar la puerta al aula reflexionando sobre lo ocurrido en ella.
- 3) Un contraste entre lo propuesto a los alumnos y lo logrado por ellos, en este caso las alumnas no sólo formularon un problema, según lo propuesto, sino que además crearon su propio modelo. Al menos en el ejemplo presentado, lo logrado fue más allá de lo imaginado.

Las actividades de formulación de problemas ofrecieron el medio para discutir con detalles el proceso de modelización mostrado en la Figura N° 1 e iniciar el proceso de conformación de grupos y selección de temas para el desarrollo de la próxima escena: modelización en acción.

Simultáneamente con escenas de modelización en acción se incorporaron sucesiones geométricas, funciones exponenciales y logarítmicas como modelos que resultaron de trabajar el problema colectivo referido a la constitución de una colmena de abejas, bajo la segunda hipótesis. En este período de convivencia de ambas escenas, el proceso de modelización fue el eje que las integró, el mismo se fue enriqueciendo con aportes de ambas escenas que se fueron influyendo mutuamente.

Las escenas de modelización en acción convivieron con escenas de la modelización colectiva ya desde la instancia de las actividades de formulación de problemas en grupo. En ambos quintos años las escenas de modelización en acción, abrieron las puertas del aula a otros actores humanos: docentes de otras áreas o especialistas en los temas tratados y a actores no humanos: el software *Graphmatica*<sup>35</sup> y la Internet.

En el curso de Isabel, el software *Graphmatica* no sólo fue un actor importante para los proyectos grupales sino que también lo fue para analizar y consolidar las nociones de función exponencial y logarítmica. Este hecho requirió la construcción de guías de estudio que no estaban previstas al inicio pues, aunque el grupo de profesoras imaginó la posible entrada de las nuevas tecnologías, no fue capaz de prever la importancia o el impacto de la entrada en escena del *Graphmatica*. En el caso de Analía, la falta de disponibilidad de horarios para el uso del laboratorio de computación de su escuela y la propia carga horaria reducida del curso de matemática dificultaron la entrada de este actor.

En ambos cursos todos los grupos lograron completar sus trabajos y presentar sus informes escritos. En el curso a cargo de Isabel, los temas se

---

35 *Graphmatica* es un software, disponible en Internet gratuitamente, que permite ajustar puntos a una función o también graficar funciones a partir de una expresión analítica. La versión en español de *Graphmatica* 2.0 se puede bajar gratuitamente de: <http://graphmatica.programas-gratis.net/>.

centraron en cuestiones relativas a problemáticas de las ciencias naturales como lo muestra el siguiente listado de los temas tratados:

- 1) *Dinámica poblacional de la Ballena Austral*
- 2) *Hábitos alimenticios: crecimiento y nutrición”*
- 3) *Mareas en zona de Las Grutas*
- 4) *Genética: Leyes de Mendel*
- 5) *Avalancha del volcán el Nevado*
- 6) *Dinámica poblacional de Pingüinos de Península Valdez.*

En el quinto año a cargo de Analía, los temas se focalizaron en problemáticas de índole económica como se puede notar en los enunciados de los problemas tratados por estos estudiantes:

- 1) *Si se inicia un micro-emprendimiento de cría de conejos contando con un galpón propio y un plantel de 20 hembras y 2 machos: ¿cuál será la ganancia obtenida al cuarto año de iniciado el proyecto?*
- 2) *¿En cuánto tiempo un Cyber recuperará lo invertido y comenzará a obtener ganancias? Y, ¿cuál es el número óptimo de computadoras necesarias para no tener pérdidas?*
- 3) *¿Cuál es el saldo de ganancia de un banco entre un préstamo otorgado y los depósitos recibidos, con los correspondientes intereses cobrados y otorgados?- [Los alumnos trabajaron sobre un préstamo personal por \$10.000 y un depósito a plazo fijo con renovación automática por el mismo monto]*
- 4) *Se construyen dos casas idénticas, con el fin de alquilarlas. ¿Cuánto tiempo pasará hasta recuperar el dinero invertido?*
- 5) *Un productor agropecuario siembra maíz y girasol. La cosecha de maíz se entrega en el puerto de Rosario (Argentina) mientras que el girasol será almacenado en silos propios. ¿Cuál será la ganancia neta del productor de acuerdo a los rindes obtenidos?*
- 6) *¿Cuántos litros de combustible deben venderse en una estación de Servicios para cubrir sus gastos fijos? ¿Cuántos para comenzar a obtener ganancias?*
- 7) *Los departamentos de pisos más altos son más caros para comprarlos que los de los pisos más bajos, a su vez el alquiler también es más alto si el departamento es más alto. El dinero percibido por el alquiler del mismo será depositado a plazo fijo con renovación mensual automática. ¿Qué departamento conviene comprar (dado el tiempo necesario para recuperar la inversión)?*

A continuación presento el desarrollo y proceso de modelización alrededor del problema 7) ocurrido durante la escena de *modelización en acción en quinto año de economía y gestión*. Dicho ejemplo es tomado de Cristante et al, 2007 (p: 305-318).

### **Ejemplo de modelización en acción: recupero de una inversión inmobiliaria**

El trabajo en escena de modelización en acción que discuto ahora, es un estudio que extiende una problemática relativa al recupero de inversiones inmobiliarias iniciada durante la fase de formulación de problemas.

En instancias de modelización en acción las integrantes del grupo (cinco en total), decidieron profundizar el estudio, realizado durante las actividades de formulación de problemas, comparando el recupero de inversión al considerar departamentos ubicados en distintos pisos. Para ello, obtuvieron los datos de costo de compra y el valor del alquiler de dos departamentos de un mismo edificio<sup>36</sup> situado en un barrio de Córdoba. Tomaron como caso un departamento en el tercer piso cuyo costo era de \$ 82.000 con valor de alquiler de \$ 400 y un departamento en el quinto piso cuyo costo era de \$ 132.0000 con un valor de alquiler de \$ 550.

En una primera instancia las alumnas calcularon el tiempo de recupero de la inversión bajo condiciones implícitas tales como: guardar el dinero obtenido por el alquiler en casa y con inflación cero. Al leer el trabajo, la profesora les pidió que explicitaran las variables en estudio y las condiciones bajo las cuales se realizaba tal estudio. En esta interacción, la profesora, también las desafió pidiéndoles que consideren reinvertir el dinero obtenido en concepto de alquiler ya sea colocando lo obtenido mes a mes en una caja de ahorro o en un plazo fijo. Las estudiantes aceptaron el desafío y buscaron información en varios bancos. Con la información disponible tomaron dos decisiones: descartan el depósito en caja de ahorro como modo de reinvertir y optan por un plazo fijo. En ese sentido se plantearon estudiar el tiempo que toma recuperar la inversión por la compra de un departamento si el dinero que se obtiene por alquilarlo es depositado a plazo fijo con renovación automática. Y explicitaron un conjunto de condiciones del siguiente modo:

---

36 Las alumnas dieron la dirección exacta del edificio considerado. Los valores corresponden al año 2004.

*Inflación cero, los departamentos siempre estarán alquilados, no hay gastos administrativos, el interés de los bancos para los plazos fijos es del 0,206 % mensual y el monto mínimo para el depósito es de \$1000*<sup>37</sup>

Es importante destacar que, bajo inflación cero, mantener constante tasas y valor del alquiler es razonable. Poder tener alquilado siempre el departamento, en la zona escogida, también pareció una condición adecuada acorde a la información suministrada por una inmobiliaria.

Rápidamente las alumnas determinan que con el departamento del tercer piso, recién luego del tercer mes de cobro del alquiler podrán iniciar el plazo fijo con \$1200, mientras que con el departamento del quinto piso lo logran al segundo mes con \$1100.

Como estas alumnas no conocían el cálculo de interés compuesto, primero se trabajó sobre esta idea y luego ellas comenzaron a estudiar la evolución del depósito haciendo uso de una tabla y una calculadora. La tabla era de dos columnas, en la primera se colocaba el mes y en la segunda el monto que quedaba en el banco mes a mes. Para construir esta tabla, la calculadora y la destreza de las alumnas para utilizarla jugaron un rol fundamental. Aunque positivo, el abordaje tuvo dos inconvenientes, por un lado los cálculos mes a mes, tornaban el proceso muy extenso y por otro lado contar sólo con los valores finales obstaculizaba la búsqueda de regularidades y la posibilidad de construcción de un modelo analítico que les permitiese calcular el tiempo de una manera eficiente y además les posibilitara obtener un modelo general. La profesora les sugiere dejar expresados los cálculos además de obtener los resultados finales, si ese era su deseo. Esta sugerencia es aceptada por las alumnas y, a partir de un detallado trabajo desarrollado a lo largo de algunos meses y tomando como  $a_0$  al dinero disponible el primer mes para cada departamento, fue posible proponer relaciones como las siguientes:

Dinero acumulado con el departamento del 3 <sup>er.</sup> piso	Dinero acumulado con el departamento del 5 <sup>to.</sup> piso
$a_0 = \$400$	$a_0 = \$550$
$a_1 = \$800$	$a_1 = \$1100$
$a_2 = \$1200$	

---

<sup>37</sup> Todos los valores numéricos relacionados con los depósitos fueron reales y se ajustan a datos proporcionados por una institución bancaria



$a_n = a_2(1,00206)^{n-2} + a_0 \frac{[(1,00206)^{n-2} - 1]}{1,0020 - 1}$	$a_n = a_1(1,00206)^{n-1} + a_0 \frac{[(1,00206)^{n-1} - 1]}{1,0020 - 1}$
---	---

Dinero acumulado por los dos departamentos

Para determinar el tiempo, las alumnas proceden a aproximarlos por ensayo y error valiéndose de una calculadora. Por ejemplo, para el departamento del 3<sup>er</sup> piso calculan:

$$a_{98} = \$43.874,14704, \quad a_{150} = \$70.760,6237 \quad \text{y} \quad a_{180} = \$87.632,2726$$

El trabajo con logaritmo, en escena de modelización colectiva, no había sido suficiente como para que las alumnas hicieran uso de esa herramienta matemática para determinar el tiempo. Sin embargo, con apoyo de la profesora pudieron finalmente hacer uso de esta herramienta matemática. De este modo, logran verificar que en 14 años y cuatro meses o 172 meses se recupera la inversión para el departamento del tercer piso mientras que para el departamento del quinto piso toma 16 años y 3 meses o 195 meses. A partir de estos resultados las alumnas concluyen:

*Luego de este trabajo llegamos a la conclusión de que guardar la plata en una alcancía es una opción, pero no sería una inversión inteligente. Otra opción es colocar dinero en una caja de ahorro, pero no es conveniente porque actualmente, ésta no nos da interés y además de esto te cobran un gasto de mantenimiento que te descuentan automáticamente de la cuenta (no obtiene beneficio). Por eso decidimos colocar el dinero en un plazo fijo a 30 días (1 mes) con un interés de banco del 0,206 % mensual.*

*Llegamos a la conclusión de que nos conviene comprar el departamento más barato.*

En este ejemplo se evidencia la constante interacción entre la docente y sus alumnas en proceso de construcción del modelo y los desafíos que surgen para ambas. Las preguntas de las alumnas ofrecieron cuestiones sobre las que la profesora tuvo que ir tomando decisiones sobre la marcha en cuanto a qué sugerir y hasta donde. Las sugerencias de la profesora fueron abriendo nuevos desafíos en el trabajo matemático de las alumnas. La aceptación de los desafíos mutuos y el compromiso de alumnas y profesora posibilitaron la emergencia de los modelos y conclusiones aquí mostradas.

Mientras esto acontecía en ambos quintos, en las tres secciones de primer año otras vivencias ocurrían.

#### 4.2.3.1 Terreno y Escenario para Primer Año

María monta el escenario de modelización en una institución en la que, desde hacía más de 10 años había concentrado todas sus horas cátedras haciéndose cargo de la matemática para primer y segundo año del CBU. El colegio es mixto, público de gestión privada y se encuentra ubicado hacia el sector sur de la ciudad. A él concurren estudiantes de varios barrios de la ciudad aunque se nutre principalmente de alumnos de la zona sur de Córdoba. El edificio es confortable, limpio y muy luminoso. Las aulas, se encuentran distribuidas en el primer y segundo pisos mientras que los laboratorios de ciencias naturales, y computación se encuentran ubicados en el subsuelo del edificio. En esta institución María ya tenía una posición consolidada como profesora. Los directivos del colegio apoyaron siempre el proyecto y María tuvo amplia libertad para decidir sobre los modos de implementación en aula. El terreno se mostró propicio para el escenario de modelización creado.

María trabajó con un total de 120 alumnos distribuidos en forma pareja, en cuanto a número y sexo, en tres aulas amplias y cómodas. En tales aulas, los bancos están adheridos al piso y si bien este hecho dificultaba el trabajo grupal, ello se resolvió desarrollando las clases de trabajo grupal en el laboratorio de ciencias naturales o en la biblioteca del colegio. En el laboratorio de ciencias naturales se contó con el apoyo de dos ayudantes de laboratorio preparados técnica y pedagógicamente para acompañar a los docentes. Los dos ayudantes, como se irá poniendo de manifiesto aquí y en el Capítulo VI, jugaron un rol fundamental para montar el escenario de modelización para primer año. El colegio también cuenta con sala de computación de amplio acceso para los estudiantes, aunque los espacios y organización de esta sala también dificultaban el trabajo en grupos.

La mayoría de los alumnos de primer año habían completado su primario en este mismo colegio con lo cual ya estaban familiarizados con parte del edificio y a la vez la profesora tenía conocimiento de las características generales de la matemática cursada por ellos durante sus estudios primarios. Todos, profesora y alumnos, entran a las escenas de modelización colectiva o en acción con cierta familiaridad pero también con muchas novedades.

Sobre un terreno adecuado y favorable, en el que la institución abrió un espacio de libertad, María escogió entre dos enfoques:

**[M]:** *Para el trabajo con 1º año se eligió entre dos posiciones:*

- A. *Considerar al proceso de modelización como un elemento dentro del desarrollo de algunos temas del currículum.*
- B. *Considerar al proceso de modelización como el proceso que dirige el tratamiento de todo el currículum.*

Ella escoge la opción B y fundamenta tal elección a partir de los sustentos teóricos del proyecto:

**[M]:** *Se tomó la segunda posición al reconocer a ésta [posición] como la que permitiría a los alumnos tomar un mejor contacto con lo que la Matemática es, como ciencia, en realidad. En este sentido se puede aproximar una estrategia de enseñanza con la actividad propia de la Matemática (Presentación escrita de la propuesta de trabajo elaborada por María para primer año, marzo de 2004).*

Acorde a esta posición, la profesora seleccionó, organizó y secuenció los contenidos para las tres secciones a su cargo. Los contenidos para primer año se organizaron en torno al proceso de modelización seleccionando como tema de estudio envases construidos bajo el sistema propuesto por la empresa sueca Tetra Pak<sup>38</sup>. En ese sentido, y respetando la idea de aproximar enseñanza y actividad matemática, María organiza los contenidos en tres grupos principales:

- 1) *Contenidos teóricos de índole matemático o de otra naturaleza relacionados todos con envases de Tetra Pak,*
- 2) *Contenidos referidos al proceso de modelización matemática*
- 3) *Contenidos referidos a actividades matemáticas.*

(Presentación escrita de la propuesta de trabajo elaborada por María para primer año, marzo de 2004).

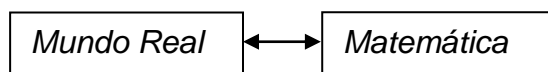
---

38 **Tetra Pak:** Esta denominación surge de la mezcla de la palabra griega: τετρα 'cuatro', y la palabra en inglés: *pack* 'envase'. Es una empresa sueca productora de material de envase para alimentos. Fue fundada en los cincuenta por R Rausing, inventor del sistema de envasado, y por E Wallenberg. Actualmente la compañía tiene sucursales en todo el mundo y es muy conocida por su producto *Tetra Brik* ([http://www.tetrapak.com/mx/about\\_tetra\\_pak\\_the\\_company/history/pages/default.aspx](http://www.tetrapak.com/mx/about_tetra_pak_the_company/history/pages/default.aspx) consultada en junio de 2010).

De los contenidos del primer grupo, entre otros, se pueden mencionar: rectas paralelas o perpendiculares en el plano y en el espacio, planos paralelos o perpendiculares, poliedros, cuerpos geométricos que representan un envase de tipo Tetra Pak, composición del material del envase, representación de esta composición en porcentaje, funciones del envase y de cada uno de sus componentes, noción de eficiencia, etc. En la segunda categoría de conceptos se trataron aquellos referidos al proceso de modelización (Bassanezi, 2002) pero particularizados al tema de estudio seleccionado: los envases. En el tercer grupo se destacan los conceptos de definición, ejemplo, contraejemplos, organización de información en una tabla, identificación de variables, etc. El trabajo de aula fue organizado alrededor de ocho actividades principales y cada una de ellas atendía a diferentes propósitos e incorporaba contenidos de los tres grupos antes mencionados.

María, inicia el primer día de clases del año lectivo 2004, con una interacción con sus alumnos con la que busca presentarles el proyecto partiendo de un contexto familiar para ellos. En ese sentido les pide que describan cómo trabajaban con matemática en sus escuelas primarias. Ante esta solicitud uno de sus alumnos indica: “*Copiábamos la fecha en la carpeta, luego ejercicios, la maestra explicaba y luego resolvíamos más ejercicios*” (Notas de observaciones del 1º B del día 18/03/04). Esta descripción fue compartida por el curso y sólo se agregó que algunas veces, no siempre, resolvían problemas. Luego la profesora comenta a los alumnos el propósito del curso de matemática para los primeros años del colegio de la siguiente manera:

**[M]:** *Vamos a estudiar cómo la matemática enfoca de una manera determinada situaciones del mundo real, y cómo ciertas situaciones del mundo real dan origen a conceptos matemáticos. Esta idea la podemos representar por el siguiente esquema:*



(Notas de observaciones del 1º B del día 18/03/04).

El curso entero discutió y planteó cuestiones. Las ideas tratadas se pueden sintetizar con la siguiente expresión en la que María delimita lo que se haría en la matemática de primer año: “*Vamos a partir de una situación real de nuestro entorno*”

*y desde ello vamos a estudiar, indagar, realizar procesos y a partir de lo hecho veremos los contenidos*” (Notas de observaciones del 1º B del día 18/03/04).

La profesora explicó a los estudiantes que en el primer cuatrimestre ella seleccionaría un tema del mundo real y a partir de allí se estudiarían contenidos matemáticos. En cambio en el segundo cuatrimestre ellos, reunidos en grupos, seleccionarían un tema de su interés. Hizo un momento de silencio y preguntó: “y yo, ¿qué hago?”. Los alumnos fueron diciendo: “vos nos ayudás a pensar temas”, “nosotros elegimos el tema y vos nos ayudás a plantear el problema”, “vos nos explicás porque vos tenés que saber el tema”. Se acordó que la profesora ayudaría pero que, no conocía de antemano los temas que ellos elegirían, ni la matemática a tratar con tales temas. El escenario que propuso la profesora era diferente de lo descrito por sus alumnos como siendo el escenario pedagógico correspondiente a sus escuelas primarias. Este hecho produjo algo de desasosiego pero no grandes conflictos ese día, en 1º B, ni tampoco en las otras dos secciones de primer año que participaban del proyecto.

En los quintos años no fue necesario profundizar este tipo de discusión pues en parte ya había un conocimiento mutuo entre alumnos y profesoras del año anterior y de la interacción previa a la entrada del escenario de modelización. En el caso de primer año se conjugan dos aspectos: alumnos y profesora se están conociendo en ese acto y además estos alumnos inician la escolaridad secundaria. En los quintos cambian los escenarios pedagógicos pero hay continuidades de relaciones entre personas y nivel de enseñanza. En primer año prevalecen los cambios sobre las continuidades.

Luego de la interacción antes descrita, la profesora escribe sobre el pizarrón: “Fabricación de envases” y pregunta: “Este tema, ¿de qué mundo es?” a lo que los alumnos responden: “del mundo real”. A partir de aquí María explica a sus estudiantes que todos juntos trabajarían para comprender ese tema y definir problemas. Se inicia así el trabajo con las actividades elaboradas para primer año con las que se abrió la escena de *modelización colectiva* y que poco a poco permitirían incorporar procesos concretos de manipulación e interacción con el tema de estudio. En estos procesos concretos se irían reconociendo subprocesos y actividades relacionadas con el proceso de modelización según se mostró en la Figura Nº 1. Por ejemplo, en la primera clase los alumnos comienzan con la lectura

crítica de la información que presenta la empresa Tetra Pak en su página web acerca los beneficios de dicho sistema de envasado<sup>39</sup>. Este proceso se reconoce como etapa de familiarización con el *tema* de la vida real que se tratará colectivamente. Precisamente antes de que finalice la clase la profesora pregunta: *¿qué estuvimos haciendo?*, se acordó que lo hecho fue “*familiarizarse con el tema envases*”, idea que es escrita sobre el pizarrón. A continuación la profesora pide que para los próximos encuentros, todos (incluida ella) lleven un envase tipo Tetra Pak.

En clases subsiguientes y a partir de una primera exploración de los envases llevados al colegio por los alumnos se decide concentrar la atención sólo en algunas de las características de los envases. Esto permite que cada curso delimite el *problema* para modelizar del siguiente modo: “*¿Qué forma geométrica representa mejor a cada uno de los envases?*”

Formulado el problema, se comienza con procesos de desarmado, manipulación, medición, observación y análisis sistemático de los envases, en definitiva, un proceso de *experimentación* (Bassanezi, 2002). Se *buscaron* también *regularidades* a partir de información recogida y simultáneamente se fueron incorporando y secuenciando los contenidos.

Por ejemplo, se relacionaron los envases con cuerpos geométricos, más específicamente con ortoedros mientras que, a las tapas, bordes y puntas del envase se las nombró como caras rectangulares, aristas y vértices del ortoedro respectivamente. Se reconoció que la mayoría de los envases llevados eran más altos que anchos y se midieron ancho, alto y profundidad. De la información escrita en los envases y en la página de Tetra Pak se deduce que el envase está compuesto de papel (75%), polietileno (20%) y aluminio (5%). Existe un conjunto de otros aspectos tales como el color, la información escrita en el envase y sus aletas, que terminan siendo descartados como variables a ser consideradas para un modelo matemático, pero a los que sin embargo se les reconoce valor.

Esta información es sintetizada por los alumnos y la profesora la registra en el pizarrón como se indica en la Figura N° 4:

---

39 La profesora entrega a los alumnos una traducción que ella realizara del inglés al castellano conteniendo información que obtuvo de la página web [www.tetrapak.com](http://www.tetrapak.com) (consultada en marzo de 2004)

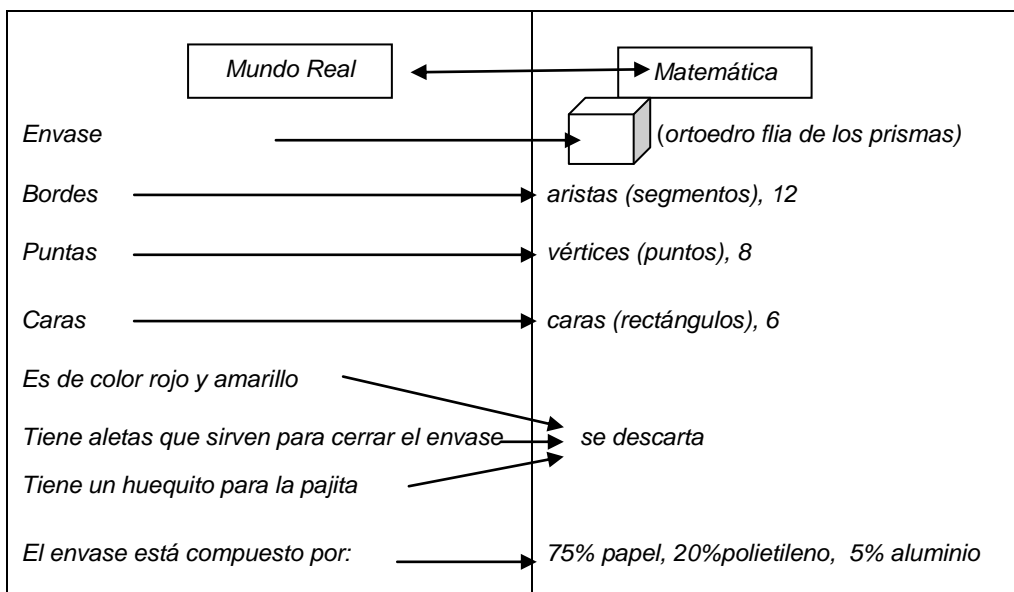


Figura N° 4: Esquema de pizarrón (Notas de observación clase del 16/04/2004, de 1°

C)

Todo el proceso que he relatado, tomó un mes y medio de clases. Respecto a la síntesis que se muestra en la Figura N° 4, es importante destacar que en ella, es posible distinguir no sólo los datos obtenidos por procesos de experimentación sino que también se ponen de manifiesto acciones de delimitación y selección de variables a estudiar. En estas acciones, es posible reconocer un proceso de *abstracción*. También en la Figura N° 4 se presenta un *modelo* geométrico como respuesta al problema planteado. Finalmente, cabe señalar que en instancias posteriores al registro presentado en esa figura, se contrastaron los envases llevados con el modelo geométrico (octaedro) propuesto a modo de *validación*.

Como ya lo he señalado, el tema en estudio y el proceso de modelización se fueron constituyendo mutuamente. Se destaca que todos los procesos y objetos puestos en evidencia en la Figura N° 4, fueron reconocidos como tales por los alumnos. Es importante indicar que al momento de reconocer los procesos de modelización y reflexionar sobre lo realizado, los cursos contaban ya con una definición de modelo matemático y un esquema del proceso de modelización.

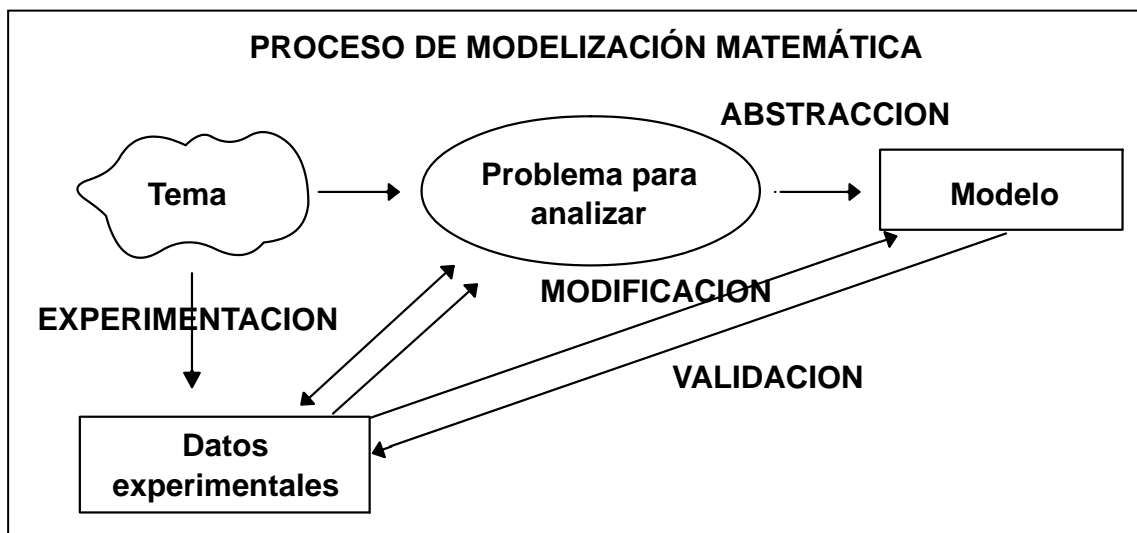
En el Cuadro N° 3 se presenta la definición de modelo construida colaborativamente entre alumnos y profesora:

*Un modelo matemático es cualquier estructura matemática diseñada a partir de las relaciones establecidas entre las variables consideradas esenciales para que se corresponda con alguna entidad que permita hacer previsiones tomar decisiones, explicar o entender.*

Cuadro N° 3: Definición de modelo matemático para primer año.

Esta es la definición de modelo matemático que se institucionalizó en las tres secciones de primer año. Los elementos o ideas que se encuentran al interior de esta definición se pudieron relacionar con hechos concretos tomados del trabajo con los envases. Por ejemplo, “*estructura matemática*” se homologó con “*cuerpo geométrico*”, “*relaciones establecidas entre las variables consideradas esenciales*” con “*formas de las caras, disposición de las aristas, vértices y dimensiones*”, “*un modelo matemático permite hacer previsiones*” con “*a partir del concepto de ortoedro podemos predecir la forma de otros envases similares a los que aparecieron en clase, y que podemos distinguir de otros (por ejemplo, latas de gaseosa)*” y, “*un modelo matemático permite tomar decisiones*” con “*a partir de nuestro modelo (el ortoedro) podemos tomar decisiones como, por ejemplo, reducir la altura, y generamos así otros envases*” (Informe final presentado por María para la ACC).

El proceso de modelización trabajado en las clases de primer año se ilustra en la Figura N° 5.



El esquema anterior es una adaptación del presentado en la Figura N° 1. En él se ha suprimido el proceso de resolución que comprende la substitución del lenguaje natural por el lenguaje matemático con el que se construye un modelo



analítico o numérico. Se decide suprimir este proceso pues se asumía que los alumnos de primer año no contaban con suficientes herramientas matemáticas para poner en juego tal proceso. Sin embargo, ese hecho no representó un obstáculo para que tales estudiantes pudiesen experimentar un proceso de modelización matemática. Es más, en su momento, algunos grupos, al interactuar con su profesora y el software *Graphmatica*, pudieron incluso proponer modelos analíticos como se podrá ver en un ejemplo próximo.

María fue construyendo síntesis ilustrativas de todo lo que ocurría en clase y colocando el material en una página web ubicada en el host del colegio, cuyo uso fue autorizado a la profesora con el fin de hacer públicas y tornar disponibles las producciones para primer año. Es importante notar que este host era usado en aquel momento sólo para la página oficial del colegio y no contenía ningún material asociado a materias específicas. La autorización para que la profesora de matemática hiciera uso de ese espacio virtual fue una excepción.

Las actividades de formulación de problemas se incorporaron cuando el curso estaba en proceso de apropiación de la noción de variables, se había hablado de la relación lenguaje cotidiano–lenguaje matemático y se habían iniciado procesos de exploración de regularidades. En las actividades de formulación de problemas la profesora presentaba simbólicamente una igualdad que vinculaba una o más variables numéricas o no numéricas. Por ejemplo, una de las relaciones propuesta fue:  $A = a + b$ . Sin que la profesora indicara tipo ni sentido asignados a las variables  $A$ ,  $a$  o  $b$  y, asumiendo que esa expresión modelizaba una situación real, los alumnos debían proponer problemas relacionados a ella y expresados en lenguaje coloquial. Se convino que parte del proceso de formular el problema comprendía comunicar el sentido asignado a las variables involucradas. En las notas de observación de clases (13/08/04 en 1º A), pude registrar que un alumno llamado Ezequiel propuso lo siguiente:

**[Ezequiel]:** *lo que pago por el agua [A] es [=] a lo que pago por el gas [a] más [+] lo que pago por la electricidad [b]*

A partir de esta formulación la profesora pregunta a todo el curso si es verdad que en una casa se paga más de agua que lo que se paga de electricidad y gas juntos y si la formulación de Ezequiel estaba bien. Al respecto, una estudiante

llamada Carolina dice: “*Está bien en matemática, bien resuelto o expresado, pero quizás en la vida real no*”. Frente a esta respuesta, María pregunta: “*¿Qué dijimos al comienzo del año?*”. Varios alumnos a coro responden: “*Que vamos a conectar la vida real con la matemática*”. Quedó como tarea averiguar los costos reales de estos servicios y con esos datos estudiar la validez de lo propuesto por Ezequiel.

Acompañando el desarrollo de contenidos del primer y segundo grupos, es decir contenidos teóricos de índole matemático o de otra naturaleza vinculados con el tema de los envases y contenidos referidos al proceso de modelización matemática, también se trabajaron contenidos referidos a actividades matemáticas que corresponden al tercer grupo propuesto por María, particularmente las nociones de definición, ejemplos y contraejemplos. Tales nociones resultaron importantes cuando se delimitaron las variables a considerar en los procesos de modelización en acción que se fueron poniendo en juego con intensidad a partir del segundo cuatrimestre de clases aunque, antes también estuvieron presentes.

Personalmente llamó mi atención la creatividad de los grupos de primer año al proponer temas para ser estudiados en escenas de *modelización en acción*. La mayoría de los grupos que se constituyeron trabajaron con bastante autonomía y prácticamente todos lograron seleccionar un tema, formular un problema, iniciar un proceso de experimentación y proponer modelos. El trabajo de seguimiento de las producciones de los alumnos fue de una gran demanda física, intelectual y afectiva para la profesora. Cabe indicar que, si bien siempre que pude apoyé a María colaborando con algunos grupos, los alumnos luego de agradecer mis sugerencias, consultaban con su profesora. Un aspecto muy interesante con primer año fue la gran diversidad de temas seleccionados. A continuación presento una tabla<sup>40</sup> con

---

40 Los temas y contenidos los he tomado de un informe final realizado por María en diciembre de 2004 con el fin de completar el último informe de avance para la ACC:

algunos de los temas escogidos y el contenido matemático o actividad matemática que surgió con el trabajo relacionado al tema y problema.

<b>Tema</b>	<b>Actividad Matemática Relacionada</b>
<i>Cálculo del costo de una casa en 1997 y 2004</i>	<i>Búsqueda de un índice.</i>
<i>Aviones F14 y Concorde.</i>	<i>Cálculo del área del ala, usando la fórmula <math>\text{envergadura} \times \text{cuerda media}</math></i>
<i>Torre Eiffel.</i>	<i>Búsqueda de una constante de proporcionalidad entre una longitud en una foto de la torre y la longitud real correspondiente.</i>
<i>Raqueta de tenis.</i>	<i>Análisis de la relación entre la edad del niño y el peso, largo, etc. de una raqueta de tenis.</i>
<i>Alimentación.</i>	<i>Alimentos que consumen los argentinos, expresado en porcentajes, y la comparación con la pirámide alimenticia.</i>
<i>Transporte de madera.</i>	<i>Búsqueda de la relación entre el peso de madera transportada y el costo del transporte para una distancia fija.</i>
<i>Semáforos.</i>	<i>Desarrollo de una experiencia de medición de algunas variables para la mejora de un problema de atascamiento.</i>

Para ilustrar de algún modo lo ocurrido en primer año en escenas de modelización en acción describo el trabajo desarrollado por uno de los grupos. Tal ejemplo es tomado de Mina et al, 2007 (p: 295-304).

### **Ejemplo de modelización en acción: raquetas de tenis.**

El trabajo que seleccioné, fue producido por un grupo de tres varones quienes escogieron como tema de estudio: *“Raquetas de tenis”*. El tema se le ocurrió a uno

de los alumnos quien señaló: “Mientras jugaba al tenis me acordé de la tarea<sup>41</sup> de Matemática”. Los datos recogidos provenían fundamentalmente de la información provista por un instructor de tenis y padre de uno de los alumnos y de datos publicados en un catálogo sobre raquetas de una empresa dedicada a su fabricación. El problema planteado por ellos fue formulado a través de la siguiente pregunta: “¿Cuáles son las raquetas más eficientes para el crecimiento del niño?”. La Figura N° 6 reproduce lo escrito por el grupo y que fuera presentado a la profesora y al resto de la clase. En el mismo cuadro también se encuentran escritas las variables a ser consideradas y el dibujo de una raqueta en el cual están representadas tales variables. Tal como se había discutido antes en clases, los alumnos precisan el sentido atribuido a la noción “raqueta eficiente para un niño”. Es así que ellos indican que una raqueta es eficiente para un niño, si tiene peso, longitud, longitud de empuñadura (grip) y tamiz adecuados para ese niño.

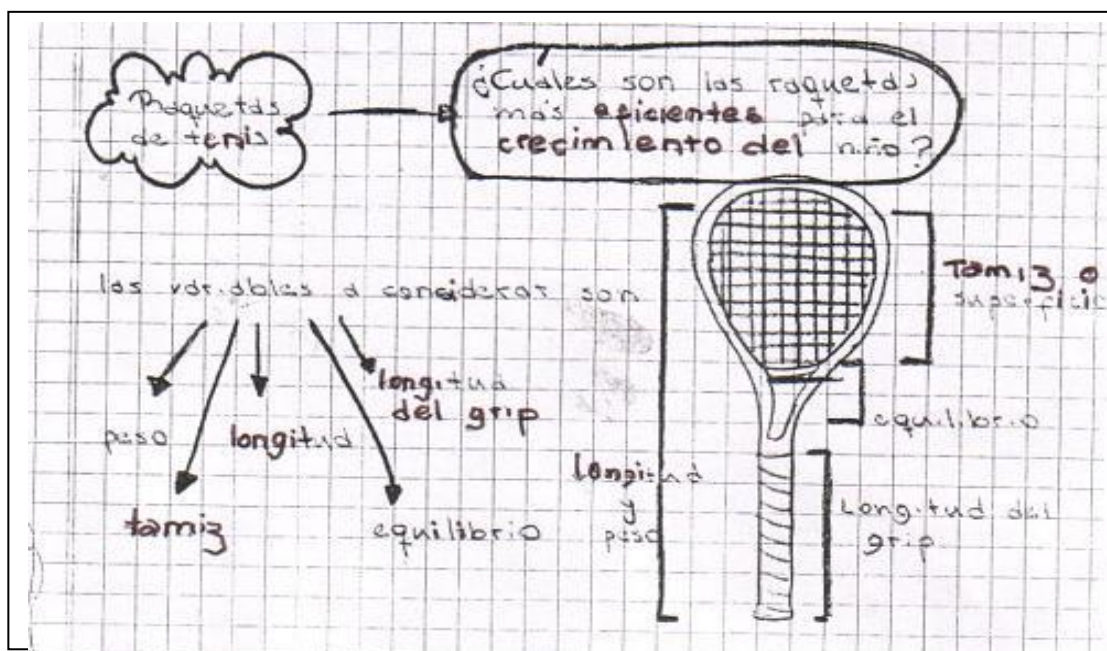


Figura N° 6: Diagrama de presentación de tema, problema y variables.  
(Extraído de Mina et al, 2007, p.299)

Es importante notar que, si bien los alumnos querían estudiar eficiencia acorde al crecimiento del niño, en este cuadro no aparece ninguna variable que se

41 La tarea consistía en llevar un tema de interés del grupo para modelización en acción.

relacione con el crecimiento de un niño. En instancias de presentación oral de este trabajo al resto de sus compañeros, un estudiante advirtió este detalle y sugirió considerar la edad del niño como variable relacionada con el crecimiento. Esta sugerencia fue aceptada por el grupo. Los datos finales se organizaron en una tabla en la que se consignaron los valores de las cinco variables correspondientes a edades entre 3 y nueve años. Pares de puntos de la forma (edad, peso), (edad, longitud), etc. fueron graficados usando el software *Graphmatica*. El grupo ajustó los datos y realizó cinco gráficos que ponían en evidencia la relación entre cada una de las cinco variables referidas a la raqueta y la edad del niño. Uno de esos gráficos se presenta abajo en la Figura N° 7:

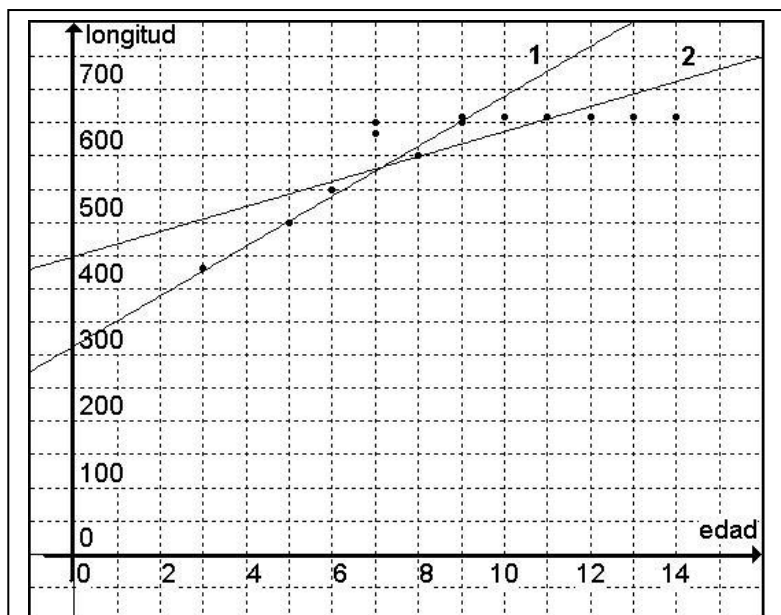


Figura N° 7: Relación entre la longitud de la raqueta en mm y la edad del niño en años. (Extraído de Mina et al, 2007, p. 301)

Las dos rectas graficadas provienen de dos intentos de ajuste lineal<sup>42</sup> para los pares de datos ingresados. Los alumnos observan que recta 1 es la que pasa por la mayor cantidad de puntos generados con sus datos. A partir de esta recta o ajuste a los pares (edad, longitud de la raqueta), los estudiantes colocaron la expresión proporcionada por el software que se muestra a continuación, como primer intento de modelo:

42 Se decide trabajar con ajustes lineales pues las relaciones afines eran con las que los alumnos estaban más familiarizados.

$$37,61 \cdot x + 313,56 = L, \quad L: \text{longitud en mm}, \quad x: \text{edad del niño}$$

Al contrastar con la realidad, los alumnos advierten que la longitud de la raqueta no puede seguir creciendo indefinidamente, e indican que la recta 1 debe quebrarse en el punto (9 años, 660 mm) indicando que: “*para más de nueve años ya se debe usar raquetas para adultos*”. A partir de esta idea, los alumnos agregan puntos de la forma (edad, 660mm), en el mismo sistema en el que se encuentran las rectas, considerando las edades de 10 a 14 años como se puede ver en la Figura N° 7.

En el informe final, este grupo tomó la expresión analítica anterior como modelo para su problema pero señalando que es válida “*sólo hasta los 11 años*”. Aunque el intervalo de validez no coincide con el propuesto antes por ellos y no hay explicación acerca de por qué reemplazaron 9 por 11, no se puede dejar de reconocer que estos alumnos transitaron por el proceso de modelización completo delimitado para primer año.

Es importante señalar que los procesos, recién descritos, de creación, validación y modificación del modelo, fueron producto de una interacción profesora-alumnos y que tal interacción y producción estuvo mediada por la computadora.

Al iniciar *Experiencia 2004*, quizás uno de los desafíos mayores para María fue poner en evidencia que alumnos entre 12 y 13 años podían llegar a transitar por un proceso de modelización en acción. La breve descripción ofrecida antes da cuenta que ello fue posible. La entrada al aula del *Graphmatica* permitió que incluso los alumnos pudiesen proponer una solución analítica y la realidad les ofreció el medio para resignificarla.

Resultó muy difícil para mí describir lo acontecido y vivido por alumnos y profesores en escenas de modelización en acción, en las que las tres profesoras siguieron a sus alumnos. Los ejemplos que presenté quizás puedan ilustrarlo. Tales ejemplos tienen la particularidad haber ocurrido en aulas y luego fueron sistematizados, descritos, textualizados y comunicados por cada una de las profesoras en la tercer fase que integra *Experiencia 2004*.

### 4.3 Tercera Fase: Comunicación y Nuevos Problemas.

Además de las instancias de comunicación en aula entre profesoras y alumnos o fuera del aula entre las integrantes del grupo, en *Experiencia 2004* es posible identificar tres particulares espacios de comunicación. Describo tales espacios acorde a los actores que intervinieron, propósitos que motivaron las comunicaciones, y los contextos en los que se produjeron. Cabe indicar que, rescato estos espacios, como medios que ilustran prácticas profesionales de docentes inmersos en escenarios de modelización y desarrollo profesional.

Uno de los espacios de comunicación identificados se llevó a cabo en el lugar de trabajo de María a fin del año lectivo 2004 y congregó a todos los alumnos y las profesoras que participaron del proyecto. Sin ahondar en detalles es importante indicar que, aunque este espacio fue pensado y organizado por María, Analía, Isabel y la responsable del proyecto, los principales protagonistas fueron los estudiantes. Esto es así pues, el encuentro se realizó con el fin de socializar los trabajos realizados en el escenario de modelización en acción montado en cada uno de los cinco cursos que participaron del proyecto. En esa instancia, un grupo por curso realizó una presentación oral con apoyo de multimedia. Cada uno de los cinco grupos fue seleccionado por sus compañeros de curso a través de una votación. Quinto año con orientación en ciencias naturales escogió el trabajo sobre *“Mareas en zona de Las Grutas”*, quinto año con orientación en economía y gestión seleccionó el estudio centrado en el *“Recupero de una inversión inmobiliaria”*, en los primeros años fueron elegidos el estudio acerca de: la *“Cama standard para alumnos de 1º año”* en 1º A, el *“Transporte de madera”* en 1º B y los *“Semáforos”* en 1º C. Luego de las exposiciones de veinte minutos cada una, los 35 grupos restantes presentaron sus trabajos a través de pósters impresos. En relación a este espacio de comunicación, una alumna de Analía señaló: *“La exposición fue interesante, ya que compartimos nuestros trabajos con otros colegios”*.

El segundo espacio de comunicación tuvo como protagonista al grupo constituido por las tres profesoras y la responsable. En este caso el grupo debió pensar, escribir, diagramar y realizar dos presentaciones en encuentros organizados por la ACC en septiembre y diciembre de 2004. Tales encuentros estaban destinados a todos los grupos que habían obtenido el subsidio del programa de *“Innovaciones para el aula”*. Este espacio buscaba, por un lado, compartir los

avances de los trabajos de cada grupo y, por otro lado, proporcionar elementos a la ACC a fin de evaluar el estado de los proyectos. Las exposiciones fueron orales con apoyo de Power Point acorde a un modelo enviado por la ACC. A fines de diciembre el grupo debió presentar un informe final indicando los objetivos propuestos en el proyecto y los logrados efectivamente, sobre lo que se informó que se había logrado: 1) *Aportar elementos que contribuyeron para el desarrollo profesional de la docentes favoreciendo una capacidad crítica*” y 2) *“Implementar en aula la modelización como abordaje pedagógico”* (Informe Académico Final, 2004). Lo narrado hasta aquí son evidencias que ello fue así. Sobre lo informado acerca de métodos y recursos utilizados en la ejecución del proyecto, quiero señalar algo de lo escrito: *“...en recursos humanos queremos destacar el apoyo que significó la presencia de Ivana M. y Gonzalo S., ayudantes del laboratorio del colegio”* [en el que trabajó María] (Informe Académico Final, 2004). Este hecho, en realidad, enfatiza la importancia de la colaboración entre colegas para una institución educativa y del reconocimiento por el trabajo de ese colega. Se cerró el informe con los logros alcanzados y una evaluación de lo hecho.

El último espacio de comunicación está compuesto por producciones escritas y presentaciones orales de las profesoras o responsable a dos congresos organizados por asociaciones relacionadas con el campo de la Educación Matemática. Este espacio de comunicación tuvo por finalidad compartir con colegas el trabajo realizado. Las protagonistas fueron cada profesora como miembro de un grupo.

Uno de los congresos fue la IV Conferencia Argentina de Educación Matemática que se realizó en Buenos Aires en octubre de 2004 organizada por la Sociedad Argentina de Educación Matemática. En esa oportunidad Isabel y Analía participaron con una comunicación en la que presentaron un avance de lo trabajado en los quintos años centrado en las actividades de formulación de problemas. María participó junto con la responsable y la Dra. Mónica Villarreal en un panel que focalizó sobre “Una relación posible entre teoría y práctica” colocando en el centro actividades de modelización. En este encuentro, Analía e Isabel asistieron a un taller sobre el uso de TIC, que les permitió reconocer las potencialidades del software *Graphmatica* para los proyectos de sus alumnos en escenas de modelización en acción.



El segundo congreso fue la Decimonovena Reunión Latinoamérica de Matemática Educativa realizada en julio de 2005 en Montevideo (Uruguay) y que fue organizada por el Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. En esa oportunidad se presentaron cuatro comunicaciones breves.

Respecto a la participación en estos encuentros Isabel comenta en la entrevista del 2008 el sentido que tuvieron para ella:

**[I]:**.....*las ocasiones que yo había tenido de interactuar con otras profesoras de matemática, era, a través de olimpiadas o a través de congresos en los que yo había siempre asistido como, como oyente digamos, entonces, muchas situaciones en las que uno asistía como alumno, como oyente, entonces,... no es lo mismo tener que, tratar de pensar, en asistir como expositora, entonces para contar cosas que vos habías hecho con tus alumnas, entonces eso para mí fue un aprendizaje enorme, enorme (Protocolo de Entrevista a Isabel, 2008)*

Cabe señalar que en todos los casos, los trabajos presentados como comunicaciones, en sus versiones escritas habían sido previamente aprobados por un comité evaluador de las asociaciones organizadoras de los eventos. Este hecho colocó a las profesoras en la situación de escribir respetando las normas de forma y contenido que imponen estos encuentros académicos. Situación que pudo ser llevada a cabo con la tranquilidad del respaldo de lo hecho en aula, de lo leído y de las interacciones entre las integrantes del grupo. A esta altura ya todas podían escribir en su propia computadora, producir escritos siguiendo formatos fijos, enviar archivos por correo electrónico y consultar con frecuencia Internet para ampliar la información necesaria.

Parte de las comunicaciones realizadas en estos congresos fueron recuperadas en el año 2006 y organizadas en cuatro capítulos (Marguet et al, 2007; Cristante et al, 2007, Mina et al. 2007 y Esteley et al. 2007) para un texto editado y publicado en el 2007 por la Universidad Nacional de Villa María (UNVM). Las cuatro integrantes son co-autoras de cada uno de los capítulo, de este modo se enfatiza el rol jugado por la colaboración en *Experiencia 2004*. Los ejemplos de formulación de problemas y de escenas de modelización en acción, presentados en este capítulo, fueron tomados del texto antes mencionado.

Luego de 2005, el grupo se propuso realizar una exploración “arqueológica” de los trabajos de los alumnos con el fin de descubrir la matemática que podría haber quedado oculta en ellos. Del mismo modo, algunos trabajos también fueron

tomados por el grupo como situación-problema para poner en juego un nuevo proceso de modelización, esto es, los alumnos ofrecieron el soporte para que las profesoras trabajaran en procesos matemáticos. Cabe indicar que, por falta de tiempo y otros condicionantes el grupo no pudo avanzar más con este nuevo desafío, pero espera poder retomarlo.

## 5. A Modo de Cierre

Con la fase de comunicación y nuevos problemas cierro la narración de *Experiencia 2004*. Experiencia con la que fue posible planificar y poner en práctica un abordaje pedagógico no tradicional y por medio de la cual las cuatro profesoras transitaron por un espacio de desarrollo profesional no convencional. *Experiencia 2004* fue una experiencia en la que hubo aciertos y equivocaciones, encuentros y desencuentros pero en la que primó la colaboración y la negociación.

*Experiencia 2004* quedó entre los discursos y los deseos de las cuatro profesoras. Como experiencia fue vivida por alumnos y profesoras y por eso mismo es tan difícil encontrar las palabras para comunicar lo acontecido. En ella hubo escenarios, escenas, actividades y actores humanos y no-humanos que se fueron constituyendo dialécticamente. *Experiencia 2004* fue sobre todo un modo de habitar las escuelas.

Hoy y aquí, *Experiencia 2004* es el escenario en el que María, Isabel y Analía actuaron atribuyendo sentido a sus prácticas docente con modelización matemática, acompañadas por TIC y en procesos de interrelaciones.

En el próximo capítulo discuto sobre la problemática de atribución de sentidos relacionándolo con voces y TIC.

## CAPÍTULO V

### VOCES Y TECNOLOGÍAS

---

*No podemos ofrecer respuestas confortables a preguntas que tienen que ver con la disputa entre lo que la sociedad tecnológica demanda de sus profesores y las visiones personales de aquellos profesores o sus nociones, a menudo reprimidas, de qué es deseable y qué debería ser... (Greene, 2003 p. ix)*

#### 1. Introducción

Como ya se ha indicado, este estudio se focaliza en voces relacionadas con prácticas profesionales de profesoras de matemática. Acorde a ello, privilegio los protocolos de las entrevistas con las profesoras como medios principales que me permiten recuperar sus voces y con ellas acercarme a las atribuciones de sentidos configuradas en el entorno de *Experiencia 2004*.

Para el estudio, análisis e interpretación de sentidos y voces tomo, fundamentalmente, aportes de Bajtín (2000,1999) y Britzman (2003). Sin embargo, ya que los ámbitos de actividades de las profesoras y sus alumnos, en *Experiencia 2004*, produjeron la emergencia de nuevas tecnologías como otros actores importantes en la construcción de conocimientos y en las interacciones de docentes con alumnos o entre docentes, se recupera también la noción de humanos-con-medios aportada por Borba & Villarreal (2005).

Como se pondrá en evidencia en este capítulo, reconozco compatibilidades entre la noción de voz y la de humanos-con-medios. Ambas son metáforas que involucran unidades complejas y que permiten pensar, analizar y estudiar los fenómenos de comprensión y construcción de conocimiento dando relevancia al lenguaje. Finalmente, las dos metáforas reconocen el diálogo con otros humanos o no humanos, como subyacente y necesario en la atribución de sentidos y/o la construcción de conocimientos. A continuación, discuto primero la noción de voz, luego

la idea de humanos-con medios y finalmente propongo un breve diálogo entre ambas.

## 2. Sentidos Atribuidos a Voz

Si bien la noción de voz no es un constructo proveniente del campo de las Ciencias de la Educación, no se puede dejar de reconocer la impronta y relevancia de tal concepto para numerosos estudios provenientes de este campo como tampoco se puede dejar de reconocer la influencia del intelectual ruso Mijaíl Bajtín para la constitución de la noción de voz.

Mijaíl Bajtín, es la traducción al español del nombre ruso: Михайл Бахтін. Tal traducción se realiza con el fin de adaptar la pronunciación original al castellano del mismo modo que los traductores al inglés los escriben como Mikhail Bakhtin para adaptar la pronunciación al habla inglesa. Mijaíl Bajtín, contemporáneo de Lev Vygotski, es aceptado como el principal referente respecto al concepto de voz (Freitas, 2007 y Bubnova, 2006). Cabe recordar que ambos pensadores comienzan a ser reconocidos mundialmente, fuera de la ex URSS, desde fines de los setentas o comienzos de los ochentas a partir de las primeras traducciones de sus obras al inglés o al castellano.

Aunque ambos nacieron y vivieron en ciudades diferentes de la ex URSS y si bien no se han encontrado evidencias de una influencia mutua en sus producciones, no se puede dejar de reconocer en sus trabajos influencias del materialismo dialéctico y que, a partir de esa perspectiva, buscaron superar la fragmentación hombre-naturaleza, sujeto-objeto u hombre-trabajo producida a principio del siglo XX (Freitas, 2007). En ese contexto, los dos *“intentan encontrar una dialéctica entre lo subjetivo y lo objetivo, mediada por el lenguaje, por eso el lenguaje es una cuestión central en sus sistemas”* (p. 158). Más aún, ambos valorizan la conciencia. Vygotski valoriza la conciencia en relación a la constitución del sujeto, otorgando al lenguaje un rol formador en el pensamiento del sujeto y destacando el habla interior. Bajtín, considera al lenguaje como un organizador de la vida mental y esencia en la constitución de la conciencia del sujeto, enfatizando el discurso interior. Conciencia y pensamiento son tejidos con palabras e ideas que se forman en interacción, dando a

los otros sujetos y al contexto de interacción un papel significativo (Freitas, 2007), de este modo, para Vygotski y Bajtín:

*...el conocimiento es construido en interacción, en la que, la acción del sujeto sobre el objeto es mediada por el otro a través del lenguaje. Así, de la discusión entre un énfasis entre el sujeto o el objeto, emerge un sujeto interactivo (p.160)*

Este aspecto destacado por Freitas, juega un rol fundamental en las contribuciones más importantes de Bajtín que pueden ser resumidas en tres teorías; teoría del sujeto, teoría del lenguaje y teoría de la novela. Cabe señalar que es la primera teoría la que se suele privilegiar por el carácter fundacional y filosófico para sus trabajos. Como lo señala Bubnova (2006), para Bajtín, lo que define la condición humana, en cualquier ámbito, es la relación con el otro en un acto creador, en un acontecer que va dando inicio a los valores e ideologías y una interacción en la que *“el otro es alguien que no soy yo, otro inmediato y cotidiano”* (Bubnova, 2006, p. 15). Así, cada quehacer del hombre tiene carácter de encuentro con otro generando una responsabilidad hacia ese otro.

Con este Bajtín, como principal referente teórico, en algunos estudios pedagógicos, el concepto de voz se recrea, se recontextualiza, se carga con nuevos sentidos. La noción de voz comienza a hacerse evidente fundamentalmente entre fines de los ochenta y comienzos de los noventa cuando, precisamente, lo cultural y la subjetividad impregnan el estudio de las problemáticas educativas. Es en ese entorno que el concepto de voz empieza a tomar presencia, a dar respuestas y, aunque se reconocen algunos problemas en la delimitación que hacen los autores del concepto, éste se sostiene ya que resulta particularmente útil aún cuando es utilizado, como indica Britzman (2003), con diferentes intenciones y sentidos. Esta autora, señala que el concepto de voz, es empleado en la literatura del campo educativo, principalmente con dos sentidos. Uno de ellos se relaciona con metáfora y es quizás en este sentido donde se reconocen, principalmente, las ideas de Bajtín. El otro sentido, se relaciona con oposición política, con posibilidad de hablar y ser escuchado, con poder, con posibilidad de estar representado, esto es, cuestiones de representación, que como veremos más adelante también pueden vincularse con Bajtín.

### 3. Voz y Representación: Posibilidad de Ser Escuchado

La voz como representación, implica presencia y escucha. Se relaciona con la posibilidad de diferentes grupos sociales o personas de estar presente y ser escuchados, de estar representados en los quehaceres o en interacciones sociales. En ese sentido, en una sociedad, podrán reconocerse personas o grupos representados, esto es, con voz y grupos o personas no representados, sin voz. Existen en nuestra historia reciente o sociedad actual múltiples ejemplos de grupos sin voz. Un caso de grupo sin voz tiene que ver con el derecho al sufragio en el Líbano, en dicho estado, a las mujeres se les requiere pasar una prueba de educación elemental para poder votar<sup>43</sup>; a los hombres, no. Así, aquellas mujeres que tiene posibilidad pero deciden no tomar la prueba, optan por el silencio, pero, ese silencio también dice algo.

El atributo de tener o no voz no es inmutable, es un fenómeno que depende del tiempo y los contextos. En el ámbito educativo, es común que un profesor regule en aula su voz y las de sus alumnos, tal regulación puede llegar a tal punto que la única voz con derecho a ser escuchada termine siendo la del profesor. Sin embargo, la mayoría de los profesores no tuvieron voz en la reforma curricular conocida como reforma de la matemática moderna (Kilpatrick, 2009). Del mismo modo, los estudiantes, encuentran espacios para expresar su voz, tal vez en sus centros de estudiantes o en facebook; esos mismos entornos también pueden no habilitar las voces de algunos jóvenes.

De este modo, la voz como representación, puede ser vista como una propiedad factible de sostenerse o perderse. Esa posibilidad de tener o no voz se relaciona con tiempos, entornos, conflictos y poder. La voz, se muestra como emergente de un conflicto de poder y como tal la posesión o no de la voz se instala como una lucha tensada entre quien otorga o no el lugar o tiempo o entre tomar o no la palabra. Precisamente, muchos trabajos de investigación en educación, producidos en los ochenta, estuvieron relacionados con grupos sin representación, con cuestiones de silencios (Britzman 2003).

---

43 [http://es.wikipedia.org/wiki/Sufragio\\_femenino](http://es.wikipedia.org/wiki/Sufragio_femenino) (consultada en abril de 2010)

Así como la voz asociada a representación, evidencia una posibilidad de posesión o pérdida como resultante de una lucha, la voz como metáfora, representa algo propio del sujeto.

#### 4. Voz como Metáfora

En esta visión metafórica, con Bajtín como principal referente, el lenguaje, los discursos y la comunicación adquieren mayor relevancia. Aquí hay un reconocimiento del lenguaje en un juego dual. El lenguaje es visto como modelador de sentidos pero se reconoce que a la vez es modelado por las significaciones creadas por los sujetos en sus ámbitos de actividades. En la interacción lenguaje-sentidos, la voz sigue representando algo único del individuo pero también significa encontrar otras voces, otros discursos, otras realidades. Aquí se hace evidente una de las categorías básicas del pensamiento de Bajtín -el dialogismo<sup>44</sup>- con el cual estudia el discurso interior, la comunicación diaria u otros géneros de discursos (Freitas, 2007; Bubnova, 2006; Britzman, 2003).

Para Bajtín, *“las palabras, y con ellas el lenguaje, son territorios compartidos por el yo y el otro”* (Bajtín, 2000 p.166). El autor establece una concepción dialógica del lenguaje, reivindica la inexorable unión de palabra e intencionalidad y se centra en el análisis del enunciado (término que engloba palabras y significado) como unidad real de la comunicación (Bajtín, 1999). Al discutir sobre el sentido del enunciado como unidad de la comunicación discursiva, Bajtín indica:

*La gente no hace intercambio de oraciones ni de palabras en un sentido estrictamente lingüístico, ni de conjuntos de palabras, la gente habla por medio de enunciados, que se construyen con la ayuda de las unidades de la lengua que son palabras, conjuntos de palabras, oraciones; el enunciado puede ser constituido tanto por una oración como por una palabra,..., pero no por eso una unidad de la lengua se convierte en una unidad de la comunicación discursiva (p. 264)*

---

44 Dialogismo: Figura retórica consistente en poner en forma de diálogo las ideas o sentimientos atribuidos a los personajes o en presentar a una persona en diálogo consigo misma. Diccionario de la lengua española © 2005 Espasa-Calpe (consultado en marzo de 2010, en <http://www.wordreference.com/definicion/dialogismo>)

Del mismo modo, Bubnova (2006), estudiosa y traductora al español de los trabajos de Bajtín, puntualiza:

*La palabra enunciado, en su versión rusa (**vyskazivanie**) está ligada al hablar, articular, argumentar, en una palabra, se trata de dar voz a alguien, tanto en su proceso como en su resultado.....**Vyskazivanie**, remite al contexto oral o virtualmente oral y al mismo tiempo significa enunciado y enunciación, proceso y resultado, cancelando la dicotomía entre lengua y habla (p. 101) [lo subrayado en este texto es mío y lo realizo con el fin de destacar la idea marcada]*

Dado este sentido a enunciado claramente presente en la palabra rusa **vyskazivanie**, Bajtín delimita y especifica que la frontera de cada enunciado se determina por el cambio de los sujetos discursivos, por la alternancia<sup>45</sup> de los hablantes.

*El enunciado, su estilo y su composición, se determinan por el aspecto temático (de objeto y de sentido) y por el aspecto expresivo, o sea por la actitud valorativa del hablante hacia el momento temático...Todo enunciado concreto viene a ser un eslabón en la cadena de la comunicación discursiva en una esfera determinada...Cada enunciado está lleno de ecos y reflejos de otros enunciados con los cuales se relaciona...Todo enunciado debe ser analizado, desde un principio, como respuesta a enunciados anteriores. Uno no puede determinar su propia postura sin correlacionarla con la de otros (Bajtín 1999, p. 280-281) [lo subrayado en este texto es mío y lo realizo con el fin de destacar la idea marcada].*

Acorde a Bajtín (1999), el enunciado implica, interacción entre sujetos, respuestas, expresividad, valoración y esferas o ámbitos de actividades específicas.

Precisamente, Bajtín puntualiza que los diversos ámbitos de las actividades humanas en las que el hombre interactúa, están fuertemente relacionadas con el uso de la lengua, uso que se lleva a cabo en forma de enunciados orales o escritos, concretos y singulares que pertenecen a los participantes de uno u otro ámbito de la práctica humana. Los enunciados reflejan los ámbitos de actividades al poner en evidencia los contenidos y estilos propios de cada ámbito de actividad dando así especificidad al correspondiente ámbito de comunicación. El lenguaje participa en la

---

45 La alternancia entre sujetos o alteridad podría ser vista como la intersubjetividad de Vygotski (Freitas, 2007)



vida a través de enunciados concretos, del mismo modo, la vida participa del lenguaje a través de los enunciados. Cada enunciado es individual pero cada esfera o ámbito de uso de la lengua elabora sus tipos relativamente estables de enunciados a los que se denominan géneros discursivos. El diálogo cotidiano, una producción científica, el currículo vivido o escrito e impreso en papel, son todos ejemplos de géneros discursivos. Debido a la interacción lengua, enunciados y vida, los géneros discursivos reflejan de una manera más rápida, atenta y flexible todas las transformaciones de la vida social. Los enunciados se pueden pensar como correa de transmisión entre la historia de la sociedad y la historia de la lengua. El uso de la lengua es tan múltiple como lo son los ámbitos de actividades y con ellas los ámbitos de comunicación. Así, la riqueza y diversidad de los discursos es inmensa ya que ellos crecen no sólo a medida que se multiplican los ámbitos de actividades humanas sino también a medida que un mismo ámbito se desarrolla y complica (Bajtín, 1999).

Consecuentemente, en la concepción Bajtiniana, se reconoce a las palabras tres significados. Un significado *neutro*, esto es, aquel presente en el diccionario, que asegura la inter comprensión de todos los hablantes. El significado es considerado como neutro porque pertenece a nadie en particular, sin embargo se reconoce que en su momento y espacio, se cargó de sentido específico como resultante de una lucha entre voces. En la comunicación discursiva, sin embargo y como se viene poniendo en evidencia, el significado depende de los ámbitos de actividades humanas y del sujeto que expresa sus ideas. De este modo, la palabra puede ser considerada como *ajena*, eco de enunciados de otros, o como *mi palabra* compenetrada de mi expresividad. La palabra, en este último caso aparece como cargada de valor, como abreviatura del propio enunciado, polisémica y como polifonía de voces<sup>46</sup> (Bajtín, 1999, 2000).

Con estas visiones es que Bajtín critica la lingüística tradicional por su análisis, abstraído de todo significado subjetivo, al asumir a la palabra y la oración como unidades de la lengua e independientes del sujeto. Ambas, como unidades de la lengua tienen una naturaleza gramatical, límites gramaticales y unidad gramatical pero, carecen de contacto inmediato con la realidad, relación con los enunciados

---

46 Polifonía para Bajtín, construcción social para Vygotski (Freitas, 2007)

ajenos, delimitación por cambio de sujeto discursivo, plenitud de sentido y capacidad de provocar una respuesta en el otro. Atributos estos no independientes del sujeto y sostenidos por los enunciados como unidades de la comunicación. Cabe sin embargo recordar que, como ya se puso en evidencia, en algunas circunstancias comunicativas, una palabra u oración pueden llegar a ser vistas como enunciados (Bajtín, 1999).

Podríamos indicar entonces, que el *enunciado* es algo más que palabra, es la *palabra contextualizada*, es *respuesta*, es *expresividad-actitud valorativa*, es *dinámico* e implica *alternancia-interacción* y *sentidos*. A esta perspectiva particular se llama *voz* y es algo más que sólo una emisión sonora (Bajtín, 2000, Bubnova, 2006). Como bien lo señala Dahltes (1997, citado en Bubnova, 2006, p.264): “*Bajtín utiliza voz en sentido metafórico porque no se trata de una emisión vocal sonora sino de la memoria semántico-social depositada en la palabra*”.

Precisamente, por ser memoria semántico-social y aunque Bajtín reconoce que la voz pertenece al individuo, él mismo rechaza la concepción de un "yo" individualista y privado; el "yo" es esencialmente social, se forma en interacción con los otros. Cada individuo se constituye como un colectivo de numerosos "yoes" que ha asimilado a lo largo de su vida, en contacto y alternancia con las distintas voces escuchadas (o leídas) y que de alguna manera van conformando la ideología. En esta perspectiva que rescata la alternancia, el sentido tiene carácter de respuesta, siempre contesta alguna pregunta. Aquello que no contesta a algo se presenta como sin sentido pues,

*Un sentido descubre su hondura al toparse con otro sentido: entre ellos se establece una especie de diálogo que supera el carácter cerrado y unilateral de ambos sentidos...No puede haber un “sentido en sí”: el sentido existe tan sólo para otro sentido, esto es, existe únicamente junto con él. No hay ni primer ni último sentido, lo único real es una cadena semántica* (Bajtín, 2000, p. 162)

Es así que, la *significación* llega a existir sólo cuando dos o más voces se *ponen en contacto*, la voz del oyente responde a la voz de un hablante. La comprensión de un enunciado implica un proceso en el que otros enunciados entran en contacto y lo confrontan. La *comprensión consistirá en vincular la palabra del hablante a una contrapalabra* (palabra alternativa del repertorio del oyente).

*Comprender* el enunciado de otra persona significa orientarse con respecto a él, encontrar el lugar correcto para él, en el contexto correspondiente. Por lo tanto, la comprensión es para el enunciado, lo que una línea de diálogo es para la siguiente (Bajtín, 1999, 2000; Bubnova, 2006). La comprensión no implica linealidad ni simultaneidad espacial o temporal. Algunas veces, quizás ante la falta de la contrapalabra en el espacio y tiempo adecuado, puede no haber respuesta inmediata. La comprensión, se muestra también como “*comprensión silenciosa....una comprensión con respuesta de acción retardada*” (Bajtín 1999, p. 257).

*La voz es una cuestión de lenguaje, que permite que una experiencia sea comunicada, sea valorada o desconsiderada.* En la propia voz se deslizan ideas disponibles, construidas por otros. El lenguaje y con él los discursos, como entes socio-ideológicos vivos, se pueden ubicar en la frontera entre la construcción propia y la ajena. Las palabras son nuestras sólo, en parte. Nos apropiamos de ellas cuando las poblamos con nuestros propios sentidos adaptándolas a nuestras intenciones expresivas. En la búsqueda de la construcción de la propia voz subyace una lucha por encontrar las palabras, por significar, por comprender. No aprendemos a hablar, a comunicarnos con aquellas palabras neutras del diccionario, sino con enunciados y en un entorno (Britzman, 2003). No conocemos la lengua materna por los diccionarios o textos de gramática sino por los enunciados concretos que escuchamos y reproducimos en la comunicación discursiva con las personas que nos rodean (Bajtín, 1999).

De esta manera, en el proceso de apropiación, algunas palabras, se pueden reconocer como extranjeras (provenientes de ámbitos de actividades ajenas al sujeto), algunas se resisten obstinadamente y otras son resistidas. La asimilación al nuevo contexto no discurre por un camino llano y sin conflictos entre continuidades y diferencias, esto es, sin crisis. En la búsqueda de la propia voz se incorporan otras voces provenientes de otros discursos y con ello se van rearmando los sentidos. La voz sugiere la lucha del individuo por crear sentido y negociar con otros (Britzman, 2003).

En este contexto de ideas, reconozco que, si bien autores como Confrey (1994) y mis trabajos de investigación en colaboración con Villarreal y otros autores, (Esteley, Villarreal & Alagia, 2010, Villarreal, Esteley & Alagia, 2007; Villarreal, Borba & Esteley, 2007; Esteley, Villarreal & Alagia, 2004) me acercaron a la palabra e idea

de voz, pareciera que, el desarrollo de mi tesis acompañada por la Dra. Villarreal como directora, colegas de Brasil, autores varios y la Internet, se convierte en el entorno por el que ahondo los sentidos atribuidos a voz y busco comprenderlos con mayor amplitud. Es la búsqueda de comprensión de la propuesta de Britzman (2003) la que me acerca a Bajtín (1999, 2000). Es la lucha por encontrar mi propia voz para poder presentar las voces de las profesoras, lo que me moviliza a todas estas acciones e interacciones que se terminan plasmando en la textualización de la tesis.

## **5. Voz en esta Tesis**

En este texto, voy a trabajar con ambos sentidos atribuidos a voz: representación y metáfora con todo lo que esas palabras implican acorde a lo discutido antes. Para ello voy a apelar a un concepto desarrollado por Britzman (2003) que en un rico entramado de ideas recupera ambos sentidos. Recorro a él no sólo por haber estado disponible sino, porque resulta particularmente significativo y pertinente para mi estudio ya que, esta educadora canadiense llega a formar tal noción de voz al estudiar “*el ritmo diario del aprender a enseñar*” (p. 23) seguido por futuros profesores. Dice Deborah Britzman:

*La voz es el sentido que reside en el individuo y que le permite participar en una comunidad...La lucha por la voz empieza cuando una persona intenta comunicar sentido a alguien. Parte de ese proceso incluye encontrar las palabras, hablar por uno mismo y sentirse oído por otros... La voz sugiere relaciones: la relación del individuo con el sentido de su experiencia (y por lo tanto con el lenguaje) y la relación del individuo con el otro, ya que la comprensión es un proceso social (p. 44).*

Las voces de las profesoras presentes en este estudio son consideradas e interpretadas con este sentido. Del mismo modo, significación, comprensión, enunciados, discursos, construcción de sentidos y conocimiento son entendidos en la perspectiva dada por Bajtín.

## **6. Humanos-con-Medios**

Como lo puntualiza Freitas (2007) para Bajtín la construcción del conocimiento y los sentidos, implica un sujeto interactivo con los objetos y un

proceso mediado por otros sujetos a través del lenguaje. Lenguaje en constante movimiento acorde a los más diversos ámbitos de actividades e interacciones humanas. Los profundos y veloces cambios que se producen actualmente en las diferentes actividades humanas implican cambios cualitativos importantes en los objetos con los que el sujeto interactúa. Interacción mediada por otros a través del lenguaje o las nuevas tecnologías de la información y la comunicación (TIC).

Digo nuevas no sólo por ser actuales sino porque ellas, al igual que el lenguaje, no son naturales sino que surgen para satisfacer necesidades específicas del hombre y se vinculan con el uso de materiales y por ello, lenguajes y TIC, tal como lo señala Ong (1997), pueden reconocerse como constructos tecnológicos. El lenguaje es un constructo que, como ya fue argumentado, se caracteriza por ser social e histórico, producido por el hombre como medio para informar, comunicar, expresar, interactuar, comprender, conocer y preservar la memoria semántico-social. Precisamente, la posibilidad de relacionar el lenguaje oral o escrito con el conocer y la memoria es lo que hace que Levy (1993), lo reconozca junto con las TIC como tecnología de la inteligencia.

Sin embargo, aunque el lenguaje comparte con las TIC la categoría de tecnología de la inteligencia, no podemos dejar de reconocer diferencias cualitativas significativas entre las actuales tecnologías de la información y la comunicación, y el lenguaje oral o escrito. Es por ello que, en la búsqueda de comprensión de las voces de las profesoras que interactuaron con sus alumnos o entre ellas apelando tanto al lenguaje, oral o escrito, como a las TIC, la metáfora humanos-con-medios (Borba & Villarreal, 2005) resulta pertinente y valiosa. Esta idea es particularmente valiosa y pertinente en este estudio pues tal noción emerge en un contexto de investigación y prácticas educativas en las que la modelización matemática fue una protagonista importante.

La construcción de la metáfora humanos-con-medios, germina a partir de la búsqueda de los autores por "*comprender los cambios que se producen en el pensamiento de las personas cuando se involucran en actividades de aprendizaje en las que se disponen de computadoras*" (Borba & Villarreal, 2005, p. 10). Ellos señalan que la discusión acerca de la inclusión de nuevas tecnologías o el uso de calculadoras en clases de matemática se manifiesta con voces dicotómicas que se tensan entre aprobar o no aprobar su inclusión. Puntualizan también que, en

aquellos casos que se incorporan nuevas tecnologías, estos medios son representados, en algunos casos, como ayudas para el sujeto que aprende o enseña o, en otros, como sustitutos de los sujetos que enseñan. La visión de la tecnología como ayuda, se evidencia cuando enunciamos que “la calculadora ayuda en los cálculos”, “Excel ayuda con el trabajo estadístico”, “*Graphmática* permite visualizar mejor los modelos gráficos” o “agiliza la construcción de gráficos realizados por los alumnos”. La mirada de la tecnología como medio que substituye, es reconocido en la imagen mítica: “el profesor será reemplazado por las computadoras” o “los operarios están siendo sustituidos por los robots”.

En este sentido, Borba y Villarreal adhieren a la crítica ya realizada por el psicólogo ruso Tikhomirov (1981) a tales visiones y todas aquellas que consideran las herramientas tecnológicas (nuevas o viejas) como auxiliares transparentes en la producción de conocimiento. En tal crítica se plantea como deficiencia de tales visiones, la falta de reconocimiento de las tecnologías como medios que permiten “*pensar con*” y producir conocimiento (Borba & Villareal, 2005). En ese sentido, recuperan los aportes de la *Teoría de reorganización* propuesta por Tikhomirov (1981) en la que se debate acerca del rol mediador de las computadoras en un sentido “*similar al jugado por el lenguaje en la teoría de Vygotski*” (Borba & Villareal, 2005, p.13).

Adhieren a la idea de Tikhomirov quien otorga a las computadoras un rol de reorganización del pensamiento y de la actividad humana con cualidades diferentes cuando uno las compara con el lenguaje (escrito u oral), y que se agranda con el advenimiento de nuevas interfaces. La idea de reorganización estaría dando respuesta a Borba y Villarreal, sin embargo, motivados por resultados de provenientes de la tesis de doctorado del primer autor, se preguntan: ¿qué ocurre con la naturaleza del conocimiento producido con las tecnologías de la información? En este sentido, Noss y Hoyles (1996) afirman que... “*el conocimiento adquirido por medio de nuevas herramientas es nuevo conocimiento [se refieren a nuevo tipo, no novedoso]*<sup>47</sup>, *MicroworldMathematics* [MicromundoMatemático] es *nueva matemática*” (p. 106). Así, Borba y Villarreal señalan: “*esta noción, a la cual nosotros adherimos, acentúa la influencia de las herramientas sobre el modo en que*

---

47 Lo escrito entre [ ] son aclaraciones hechas por mí a lo afirmado por los autores.

*conocemos y lo que conocemos*” (p. 15). Sabemos entonces que en interacción con las tecnologías de la inteligencia el sujeto reorganiza su pensamiento, produce conocimiento y este adquiere particularidades acordes a la tecnología con la que el o los sujetos interactuaron. Esto es, existe una interrelación profunda entre la producción del conocimiento y los medios o tecnologías con que los sujetos crean. En esta línea de pensamiento cabe preguntar, ¿qué palabra enuncia con claridad esta idea? La respuesta a ello es *humanos-con-medios*. Precisamente, en voz de Borba y Villarreal (2005) se enuncia:

*...nosotros creemos que el conocimiento es producido junto con un medio o tecnología de la inteligencia dados. Es por esta razón que nosotros adoptamos la perspectiva teórica que sostiene que el conocimiento es producido por un colectivo compuesto por humanos-con-medios, o humanos-con-tecnologías, y no, como otras teorías sugieren, por sólo un individuo humano o un colectivo compuesto sólo por humanos* (p. 23).

Además de los aportes de Tikhomirov, es posible reconocer en esta metáfora las nociones de “*colectivo pensante*”, “*red-socio-técnica*” (*socio-technical-network*) y la de “*inteligencia colectiva*” aportadas por Lévy (1993). Cabe indicar que “*colectivo pensante*” es un término utilizado por Lévy para enfatizar que el conocimiento es producido por un colectivo formado por actores humanos y no-humanos. La idea de “*red-socio-técnica*” es una metáfora que intenta destacar y comprender la relación entre los humanos y las máquinas. La noción de “*inteligencia colectiva*” intenta enfatizar la producción de conocimiento como un acto colaborativo que involucra a múltiples actores humanos y no humanos. Un ejemplo de ello es la Internet.

Finalmente, Borba y Villarreal (2005) puntualizan que “*el colectivo, formado por humanos y no-humanos produce sentido al conectar diferentes nodos de la red-socio-técnica*” (p. 26).

Podría entonces decir que en “*humanos-con-medios*” se reconoce una unidad compleja e indisoluble entre humanos y medios en la producción de conocimiento, esto es una “*unidad epistémica*”. El sentido que reconozco en *humanos-con-medios* surge como respuesta a enunciados, a otros sentidos en los que se soslaya el rol de las tecnologías o los medios como constitutivos del conocimiento producido por el sujeto. De este modo, la voz *humanos-con-medios* supera la fragmentación del sujeto y el medio en la producción de conocimiento.

Con esta metáfora se ponen de manifiesto las herramientas y medios que incluye la cognición y con los que se produce conocimiento. Herramientas y medios son entonces considerados no meros auxiliares sino fundamentales y constitutivos del sujeto epistémico, poniendo en juego una relación dialéctica entre medios y conocimientos. Así como Bajtín enuncia acerca de la existencia de una constitución mutua entre lenguaje y actividades, Borba & Villarreal proponen que los medios/tecnologías definen prácticas, contenidos inmersos en ellas y modos de conocer del sujeto en práctica. Bajo esta posición, las tecnologías contribuyen en la reorganización del pensamiento y en la producción de conocimiento (Borba & Villarreal, 2005).

La palabra humanos-con-medios, unidad compleja, cargada de significación, nos aproxima a interacción, comprensión, diálogo y lucha por una voz. Lucha de aquellos que construyen conocimiento con los medios escogidos y creados por otros para encontrar sus propias palabras para enunciar sus ideas. Esto es así pues no podemos dejar de acordar que ambos, medios y otros, reflejan y refractan una urdimbre social, con una impronta histórica. En ellos, medios y otros, podemos reconocer conocimientos y con ellos comprensión, carga de sentidos y voces. En el caso particular de los alumnos que intentan modelizar con una computadora, un software y su profesor, el colectivo alumnos-profesores-medios pone en juego un colectivo de voces histórico-social e ideológicamente construidas: las voces que se encuentran materializadas en el hardware y software y visualizada en la imagen que devuelve la pantalla, las voces de los alumnos y las de las profesoras. Este colectivo de voces posibilita que un conocimiento emerja cargado de sentidos. En la interacción brevemente esbozada, reconozco que la noción de humanos-con-medios permite traer hacia adelantes los medios, nuevos o viejos, como entes que modelan y son modelados mientras que la noción de voz permite traer hacia delante el sentido y la lucha.

Ambos, voz y humanos-con-medios son los principales conceptos que privilegio para analizar, interpretar y enunciar en este estudio. Sin embargo, no son los únicos, apelo también a ideas relacionadas con currículum que discuto brevemente en la Introducción del próximo Capítulo. Introducción que también da paso a las voces de las profesoras.



## CAPÍTULO VI

### VOCES QUE NOS HABLAN DE CURRÍCULUM, TIC Y RELACIONES INTERPERSONALES

---

*...el enunciado, su estilo y su composición se determinan por el aspecto temático (de objeto y de sentido) y por el aspecto expresivo...La expresividad de un enunciado siempre, en mayor o menor medida, contesta, es decir, expresa la actitud del hablante hacia los enunciados ajenos y no únicamente hacia el objeto de su propio enunciado (Bajtín, 1999, p.281-282)*

#### 1. Introducción

En este capítulo se presentan los tres casos en estudio y con ellos se enfatizan y profundizan las voces de las profesoras referidas a las nociones de currículum, TIC y relaciones interpersonales. La noción de voz acorde a Bajtín (1999) y Britzman (2003) se hará evidente en todo este capítulo el cual está integrado por esta introducción y cuatro secciones.

En la introducción, delimito brevemente algunos aspectos vinculados a las nociones de currículum, TIC y relaciones interpersonales. Las tres secciones siguientes corresponden a cada uno de los casos en los que presento los caminos de formación recorridos por las profesoras para luego recuperar y explorar dialógicamente las voces de cada una de ellas como protagonistas centrales. Tales voces que nos hablan de práctica docente, de luchas por comunicar ideas, por encontrar las palabras, y sentirse escuchado por quien lleva adelante la entrevista. Voces que no sólo son respuestas a las preguntas formuladas sino también son ecos de otros enunciados (Bajtín, 1999; Britzman, 2003). En la última sección avanzo en el análisis de los sentidos atribuidos por las profesoras y que se fueron constituyendo en escenario de *Experiencia 2004*, en y con, el conjunto de actividades que acompañaron tal experiencia. En esta sección busco las palabras, construyo un discurso que evidencie mi voz acompañada por las voces de otros autores y las voces de las profesoras.

Entender el currículum “*como proceso de producción del contenido escolar y no como mera adaptación de saberes científicos o culturales obliga a revisar la idea extendida de currículum como algo dado, natural o neutra*” (Alterman, 2008, p.3). En consonancia con esta perspectiva, los modos de pensar o debatir acerca de las problemáticas curriculares difieren acorde a los actores y espacios en que se reflexiona o debate. Es así que, los aportes y críticas que se realicen dependen de si quienes buscan entender la problemática, son docentes, directivos de instituciones escolares, funcionarios o investigadores. Las voces que se ponen en juego en tales debates se caracterizan por estar constituidas en diferentes espacios y de esta manera, sus sentidos no siempre son coincidentes (Alterman, 2009; Rico, 1998). Los debates curriculares pueden centrarse tanto en el currículum como texto prescriptivo o como práctica curricular en aula. En esta tesis el interés está puesto en voces de profesoras que fueron configurando el currículum para el aula, dándole vida y singularidad en sus propios espacios escolares. Es así que, en la tesis, me focalizo en voces que hablan de práctica curricular en aula más precisamente en “*currículum vivido*” (Furlán, 1996). Para el análisis del currículum vivido, recurro a un dispositivo de lectura propuesto por Alterman (2008; 2009), creado con el fin de comprender el currículum como texto prescriptivo o como práctica curricular en aula y construido con el aporte de importantes autores reconocidos como referentes en el tema. Dicho dispositivo se integra alrededor de claves de lectura que:

*...apuntan a comprender no sólo el qué del currículum, es decir, aquello que se selecciona como contenido legítimo, sino también interesa develar la forma a través de la cual aparece presentado, en la medida en que dicha forma encierra mensajes subyacentes que definen maneras singulares de pensar e interpretar el mundo en que vivimos, propician la construcción de una determinada relación con el saber, habilitan estrategias de resolución de problemas, permiten u obturan la posibilidad de construir comprensiones complejas sobre los fenómenos sociales. En suma, la forma –además del qué– también participa en la constitución de la subjetividad (Alterman, 2009, p. 6).*

Más específicamente la autora pregunta: ¿qué contenidos y con qué criterios se seleccionan?, ¿cómo se organizan y secuencian luego esos contenidos? La primera pregunta busca develar los criterios con que se seleccionan los contenidos y pone en evidencia “*la clave de selección*”. La segunda pregunta apunta a reconocer las formas en que se presentan los contenidos y los modos de secuenciarlos y pone en evidencia “*la clave de organización*” y “*la clave de secuenciación*”. En la tesis, las

respuestas a las anteriores preguntas en instancia de práctica de aula, se constituyen en el cuerpo de ideas sobre las que se centra el análisis de los sentidos atribuidos por las profesoras a currículum.

Respecto a las TIC y tal como ya se ha indicado con detalles en el Capítulo V (Voces y Tecnologías), las tecnologías en práctica de aula, son miradas a partir del constructo “*humanos-con-medios*” (Borba & Villarreal, 2005) y, desde esta perspectiva se realiza el análisis de las relaciones y sentidos atribuidos a las nuevas tecnologías.

Las relaciones interpersonales se recuperan en esta tesis como instrumento para enfatizar que la enseñanza y la constitución del/la profesor/a son procesos no monológicos sino dialógicos. Son procesos en los que el o la profesor/a tiene responsabilidades pero no es el/la único/a responsable, donde el conocimiento y sentidos no se construyen sólo en “*función de una acumulación de experiencias de clases*” sino también como respuestas a “*desafíos intelectuales, emocionales y estéticos*” (Britzman, 2003) que surgen al interactuar con alumnos, padres, colegas, directivos o incluso con las tecnologías. Y es, en este sentido, que se realizará el análisis.

Finalmente quiero recordar que, tal como se señala en el Capítulo III (Aspectos Metodológicos) las voces se recuperaron en entrevistas individuales que realizara a fines de 2008 y comienzo de 2009. Recuerdo que en las entrevistas ofrecí a las profesoras la siguiente enunciación:

*A partir de la experiencia que se llevara a cabo entre el 2003 y 2005, me gustaría que pienses en torno a tus miradas respecto a la organización curricular del curso, las interacciones con colegas o con alumnos, el uso de nuevas tecnologías, o cualquier otro aspecto que a vos te parezca interesante de ser comentado y que yo no lo haya tenido en cuenta en las cuestiones que marqué antes.*

Del protocolo escrito a las respuestas dadas por las profesoras a esta cuestión, transcribo respuestas completas o partes de algunas de ellas. En las transcripciones colocadas en este capítulo los puntos suspensivos indican que lo escrito forma parte de un texto más amplio enunciado antes o después de los puntos suspensivos. Entre corchetes coloco comentarios para aclarar algo de lo dicho en la

entrevista o para indicar una pausa prolongada. Se subrayan algunas expresiones de las transcripciones para enfatizar ciertas ideas.

En cada caso se rescatan las voces de las profesoras y algunos episodios de sus trayectos de formación. Una vez escrito, cada caso fue criticado con cada una de las profesoras con el propósito de examinar si se reconocían en el texto construido pero sin pretender que el mismo fuese lo que cada una de las profesoras escribiría de ellas mismas. En ese sentido, lo escrito en cada uno de los casos es el producto final de mis interacciones con cada una de las profesoras.

## 2. El Caso Isabel

*Creer, crecer, crear  
volver a recrear  
alegrarnos con el desafío  
podernos equivocar  
aprender en el camino  
volver a comenzar*

(Isabel, Montevideo, julio de 2005)<sup>48</sup>

### 2.1. Una Trayectoria

Isabel egresó como profesora a fines de 1979 del Instituto Católico del Profesorado de Córdoba como profesora de Matemática Física y Cosmografía. Desde 1980 comenzó a dar clases de matemática y física en varias escuelas de gestión pública y de gestión privada logrando rápidamente completar una carga horaria de 30 o 33 horas cátedras semanales. En 1980 comenzó a trabajar en el colegio en el cual realizó la experiencia de modelización y a partir de 1992 se ha dedicado sólo a la enseñanza de la matemática. Isabel es una persona muy activa y preocupada por encontrar medios que favorezcan la enseñanza de la matemática y, con esa idea fue buscando ambientes que la movilizaran como profesora de

---

<sup>48</sup> Este texto fue escrito por Isabel en una pequeña tarjeta que acompañó un presente que las tres profesoras me hicieron cuando concurrimos a la Decimonovena Reunión Latinoamérica de Matemática Educativa ya mencionada en la sección 4.3 del Capítulo IV.

matemática. En esa búsqueda siempre estuvo dispuesta a dedicar tiempo y esfuerzo extra al que requerían la organización de sus clases, para ir armando una trayectoria de formación incluso desde que sus seis hijos eran muy pequeños.

En los inicios de los ochenta, encontró en las Olimpíadas Matemáticas un espacio que le permitió buenas interacciones con otros colegas, con alumnos y con matemáticos de Argentina u otros países. Este ámbito le presentó un conjunto de desafíos entre los que fue escogiendo algunos y tomándolos como propios. Así, se involucró como profesora apoyando a sus alumnas para participar de las olimpíadas y, con intención de colocarse en el lugar de sus alumnos, intervino en las Olimpíadas para profesores

En 1998 decide completar el Programa de Postitulación ofrecido por FaMAF (UNC). Tal espacio de formación fue parte de los programas de postitulación creados a fines de los 90 por varias facultades de la UNC y estaba destinado a todos aquellos profesores con título no universitario o título que no habilita para la docencia. El Postítulo tenía una duración de dos años en los que se dictaban ocho cursos en total: Cálculo, I, II y III, Introducción al Álgebra, Álgebra Lineal, Geometría, Elementos de Probabilidad y Estadística e Informática. Todos ellos eran de carácter disciplinar y se distribuían dos cursos por cuatrimestre, uno de los cuales se cursaba el viernes a la tarde y el otro el sábado a la mañana. Sin embargo, como entre 1972 y 1975 Isabel había cursado y aprobado cursos de la Licenciatura en Matemática de la FaMAF, por equivalencia le dieron la aprobación directa de varios cursos del Postítulo y de ese modo lo finalizó muy rápidamente.

En el año 2003, cuando Isabel se une a la construcción colectiva del proyecto que daría origen a *Experiencia 2004*, no estaba familiarizada con la modelización como abordaje pedagógico, sin embargo, tenía una experiencia muy rica en el trabajo con resolución de problemas matemáticos no convencionales o en el trabajo con situaciones matemáticas en las que, no se conoce a priori la regularidad que subyace o si existe alguna. Es importante señalar también que Isabel era una profesora experimentada y con un estilo de enseñanza que hacía foco en actividades de resolución de problemas, en la argumentación y en el respeto y escucha atenta hacia sus alumnas. En entrevista, Isabel describe muy bien su estilo de trabajo en el aula:

[I]: .....entonces, yo pensaba mis clases y directamente las armaba en función de, [Pausa] ¿de qué cosas?, de lo que yo quería dar, de lo que yo había dado antes, de lo que pretendía que las alumnas supieran cuando terminaran el secundario y de las cosas que ellas me iban planteando. Así, nunca me salía una clase igual a la del año anterior. Pero, no tengo registro de ninguna de esas clases, ni de ninguna de las cosas que las chicas proponían que eran tan interesantes.

Isabel entra a *Experiencia 2004* sin experiencia en modelización como abordaje pedagógico, pero munida de: una práctica de mirada y oídos atentos hacia sus alumnas, una trayectoria de formación sólida y una disposición hacia el trabajo y el estudio que permitirían hacer frente a las posibles dificultades a encontrar.

## 2.2. El Currículum

De lo expresado por Isabel, se desprende que para la construcción del currículum de su aula ponía en juego un proceso de negociación con ella misma que quedaba tensado entre “lo que yo quería dar” o “lo que pretendía que las alumnas supieran cuando terminaran el secundario” y “lo que ya había dado”. Su decisión se tensaba entre sus deseos y las condiciones que imponía lo ya dado. En ese proceso de negociación para seleccionar contenidos o actividades, incorporaba construcciones e ideas de sus alumnas, dando flexibilidad a la selección y organización de los contenidos para sus clases. Esto parece indicar que el currículum que ponía en escena en su aula era maleable. Pero, como la misma profesora lo explica, tal maleabilidad se daba dentro de aspectos medianamente previsibles y conocidas por la profesora:

[I]: ...digamos, que bueno o que un año se me ocurría, que, a partir de unas preguntas de ellas, mirar los números reales como [Pausa] como solución de ecuaciones de distinto tipo, otras veces los veía como geometría [En proceso de contrastación, Isabel aclara ver números reales “como geometría” significa trabajar, por ejemplo, con polígonos inscritos en una circunferencia o el número de oro].

El currículum oficial en cierto sentido, va actuando de regulador pero, aún así, Isabel organizaba sus clases abiertas a las ideas de sus alumnas. Esta apertura hacia otras ideas la realizaba con mucha tranquilidad poniendo en juego conocimientos matemáticos y pedagógicos. Esto es, apelando a un auténtico

conocimiento docente construido en sus múltiples prácticas y actividades en escenarios pedagógicos ya familiares para ella, más no necesariamente convencionales.

En esos escenarios, Isabel no tuvo necesidad de comunicar por escrito sus ideas, las alumnas hicieron sus aportes pero lo que ocurría en aula, el conocimiento matemático que circulaba, el currículum vivido, (Furlán, 1996) era medianamente previsible, quedaba en el aula y no era necesario compartirlo fuera de ese ámbito.

En la puesta en aula de un escenario de modelización como producto de un trabajo colectivo y colaborativo, se producirían algunos cambios. En ese sentido, Isabel manifiesta ideas relacionadas con sus prácticas de aula y la constitución del currículum como un hecho que implica maleabilidad y también complejidad. En escenario de modelización, es posible abrir el currículum a los alumnos pero, y muy particularmente en modelización en acción, ya no se puede anticipar o prever. Los problemas propuestos por las alumnas y las decisiones que ellas van tomando alrededor de tales problemas implican la emergencia de medios, conocimientos y actores que no siempre pueden ser anticipados o previstos. En la constitución del currículum en aula, es difícil separar personas, problemas, y conocimientos. En esa situación de complejidad, las propias visiones sobre la matemática o los textos de uso escolar son revisadas:

**[I]:** *...esta [se refiere a modelización] es una manera distinta de ver la matemática a partir de ciertos problemas reales las cosas no suceden como suceden en los formatos que vos presentás en un libro de texto. O sea, en un libro de texto, ¿qué hay?, un problema que va a desembocar en un modelo lineal [dice lineal como ejemplo y en relación a lo que venía hablando antes] en un modelo lineal porque el problema es un problema cuasi real, digamos, al cual hago desembocar en una ecuación lineal o en un modelo lineal pero, esto de que las alumnas nunca saben ni siquiera nosotras cuando las alumnas piensan el problema en qué modelo va a desembocar, [Pausa] bueno, eso es como desestructurante, entonces, es que [Pausa] nos desestructura también a nosotras cuando las chicas, alumnas, [Pausa] vos le pedís que piensen en un tema y dentro de ese tema elijan un problema, vos no sabés qué te va a salir, entonces, en eso está como muy importante, aparte de un montón de cosas, las interacciones que se pueden hacer, que, que hicimos con todas las profes, porque mirar entre todos un problema no es lo mismo que mirarlo uno solo.*

Es interesante que, en el conjunto de posibilidades e incertezas que se abren en el escenario de modelización en acción, para Isabel, se hace necesario repensar

sobre las diferencias entre las aplicaciones de modelos construidas en los textos y la relación mundo real-matemática. La diferencia parece ser tan sustancial que desestructura. Sin embargo, la inestabilidad que implica el desarme de las estructuras ya establecidas puede ser sostenida bajo ciertas relaciones con la matemática y otros actores:

**[I]:** *creo que para hacer modelización, uno tiene que tener un equipo y eso es como sí o sí, [Pausa]. Me parece que una condición importante es efectivamente tener una visión de la matemática [Pausa] digamos, no hace falta tener esta visión de la matemática para hacer modelización [se refiere a la matemática como ciencia de los modelos], porque yo de hecho, yo no la tenía, pero, [Pausa] hace falta tener bastantes conocimientos matemáticos como para poder después [Pausa] descubrir, dentro de un modelo, alguna cosa de la matemática que estaría bueno rescatar*

Un equipo de trabajo es reconocido como condición necesaria e imprescindible para el trabajo del docente en escenarios de modelización y una cierta visión de la matemática parece también contribuir. El conocimiento matemático del profesor es valorizado como medio que permite descubrir y rescatar aspectos matemáticos presentes en los modelos construidos por las alumnas. Una pregunta que surge es, ¿en qué instancias se rescatarían? y ¿para qué se busca rescatar esa matemática? Isabel aclara estas ideas:

**[I]:** *A mí la sensación que me quedó de toda esta parte, [se refiere a las instancias de modelización en acción] debe haber muchas otras que se me están olvidando, pero, ¿qué es lo que tenía proyectado? Lo que yo iba pensando a lo largo del año cuando iban surgiendo los problemas pensados por las chicas, era que esto, después de un año, [Pausa] es como que, a los problemas que fueron presentando las alumnas, después había que sacarle el jugo a cada uno de ellos [Pausa]. A partir de estos problemas, que ellas habían elaborado, y que me parece, que eso hubiera sido como un cierre así, como muy importante [Pausa]. Lo que digo es para este tipo de alumnas, [al decir tipo de alumnas de refiere a esas alumnas que ya las conocía de otro año, que eran curiosas, se mostraban interesadas por la matemática y eran afectuosas con ella] para otro tipo de alumnas no lo sé, pero digo, como que nos quedamos ellas y yo con ganas de más*

**[E]:** *No lo entiendo bien, decís, ¿haber tenido actividades posteriores con ellas y discutir cada uno de los modelos?,*

**[I]:** *No, digo, por ejemplo cuando uno, en el año siguiente, porque en este año ya no había lugar para más....*



**[E]:** ¡Ah!, ¡ahora entiendo!, porque al año siguiente vos ya no las tuviste....

**[I]:** No las tuve porque ya me jubilé. Y yo, normalmente tenía sexto año, entonces, ¿qué estaba bueno?, por ejemplo, había un problema que había surgido, [Pausa] por ejemplo, este de las mareas, en el cual nosotros les habíamos sugerido a las chicas que, justamente pusieran en el *Graphmatica* [se refiere colocar los datos recogidos en las tablas que provee el software], y que vieran qué tipo de función era. Ellas no habían visto funciones trigonométricas [Pausa] hubiera estado muy bueno en sexto año, a partir de esas aproximaciones trigonométricas, ponerse a estudiar con más detalles, esta variación, de las senoidales o cosenoidales, pero ya teniendo presente que eso era un modelo muy bueno para eso de las mareas. ¿Entendés?

**[E]:** Sí, sí ahora entiendo,

**[I]:** Entonces eso me hubiera servido a mí como punto de partida y no hubiera tenido que pensar en ninguna otra situación como para ponerlas en situación, bueno valga la redundancia, decir: ¿para qué estudiamos las funciones trigonométricas? Medio como que yo ya tenía en sexto año salvado esa parte, esto de convencerlas a ellas que efectivamente hay fenómenos que se rigen por funciones trigonométricas, era como que tenía la situación perfecta para entrar en esto.

Es de notar que la disposición habitual de Isabel por escuchar y reconocer los aportes de sus alumnas para tomar decisiones futuras para el aula, se potencia y amplifica en escenario de modelización. En este escenario y acorde al ideario de la profesora, las producciones de las alumnas se recuperarían como medio para seleccionar, organizar y ejemplificar las actividades del curso del próximo año. Los conocimientos y modelos que emergieran en cada uno de los grupos durante la modelización en acción, no sólo serían patrimonio del currículum vivido por ese grupo sino que vendrían a conformar el proyecto curricular para sexto año. En el ejemplo de las funciones trigonométricas, citado por Isabel, tal contenido forma parte del texto curricular oficial para sexto año, sin embargo, la riqueza es poder contar con un texto que era portador de matemática conectada a un problema real seleccionado y cargado de sentido por sus propias alumnas. Más aún, en aquel sexto año del 2005, del cual Isabel imaginó ser su profesora pero que no pudo concretar, las propias autoras del texto, las alumnas que habían trabajado con las mareas, estarían presentes en clases para presentar sus voces.

### 2.3. Las TIC

Al inicio de la experiencia, Isabel tenía un interesante manejo de un software de geometría dinámica que había conocido y aprendido a utilizar a partir de sus intervenciones en olimpiadas. Durante tres años lo utilizó con alumnas de quinto año para realizar construcciones geométricas o argumentaciones a partir de tales construcciones. Discontinúo el uso de tal software por falta de disponibilidad del laboratorio de informática del colegio.

Si bien Isabel utilizaba internet o se comunicaba con colegas por correo electrónico, estas no eran prácticas muy extendidas o frecuentes para ella. De hecho, en 2004, no tenía conexión de Internet en su casa y en la escuela se podía acceder con restricciones.

En escenario de modelización y desarrollo profesional, la escritura adquirió relevancia como medio para comunicar ideas y se intensificó en su práctica como profesora. La escritura de actividades para sus alumnas o dejar registro escrito de las actividades que se daban en el aula hizo que Isabel privilegiara y profundizara el uso de la computadora como medio para expresar sus ideas:

**[I]:** *a partir del proyecto una de las cosas importante para mí fue, esta cuestión de registrar todo entonces, tuve que dedicar bastante tiempo para aprender a usar la computadora para escribir, para editar ecuaciones, para hacer tablas...*

Los escritos de la profesora en un escenario de producción colaborativo, en el que el tiempo para encuentros de interacción prolongados era escaso, hará que la interacción vía correo electrónico adquiera valor y un sentido particular para ella:

**[I]:**.....eso [se refiere al hecho de escribir] *para mí fue un aprendizaje enorme, enorme, bueno de tener que escribir y de enviártelos a vos, y de [Pausa] esta interacción vía Internet o [Pausa]*

**[E]:** *¿mail?*

**[I]:** *Vía mail, para mí, era nueva, de hecho, después lo hemos seguido practicando a pesar que ya había pasado el proyecto, pero eso fue para mí, [Pausa] era la primera vez que hacía eso, entonces eso para mí fue como re importante porque estás en tu casa, pensás cosas, las podés escribir y además tenés la tranquilidad que alguien las va a leer con un sentido crítico y con un compromiso compartido...*

La interacción de Isabel con las TIC abrió un espacio de interacción con otros colegas para pensar, escribir y esperar sus críticas. Espacio que hubiese sido difícil de tener cara a cara por la falta de disponibilidad de tiempos. Las TIC le permitieron comunicar a otros colegas sus prácticas de aula al presentar sus trabajos en congresos. Y, este mismo espacio posibilitó que Isabel se aproximara al software *Graphmatica*. El cual luego hizo conocer a sus alumnas y adquirió un rol fundamental en instancias de modelización:

**[I]:**.....el *Graphmatica*, que lo conocimos cuando fuimos a Buenos Aires, ¿verdad? [se refiere al congreso al que fuera en 2004] y que nos permitió hacer varias cosas, no sólo optimizar tiempo respecto de los gráficos que uno maneja en el aula...lo que hace, *Graphmatica* una de las cosas interesante que tiene es que, uno le puede dar una tabla y le puede pedir que se la aproxime a una función, que puede ser lineal, exponencial, logarítmica, cuadrática [se refiere a que el software permite ajustar una función]. Entonces eso era muy importante, es muy importante en la cuestión de la modelización en la cual uno tiene una tabla, a partir de un problema uno puede elaborar una tabla, que no responde a ninguna [se refiere a alguna relación dada o conocida a priori], como es sacado de la vida real, de un problema real, generalmente no responde directamente a una lineal, o a una cuadrática, o a una exponencial, sino que, se parece a, digamos... Entonces, esta cuestión del *Graphmatica* que te permite, sin hacer grandes cálculos, ver a qué tipo de función se aproxima...

Este software se presenta para la profesora como medio que le permite establecer vínculos entre problema del mundo real y matemática. El problema real es medianamente conocido, la matemática que subyace a él no, sin embargo el software ofrece el modo de aproximar lo conocido (el problema real) con aquello desconocido (el posible modelo) “sin hacer grandes cálculos” a través del uso de un comando que permite ajustar funciones. En escenario de modelización Isabel recupera y reconoce posibilidades a las TIC. Carga de sentido su relación con ellas y entabla un fuerte vínculo entre TIC y escenarios de modelización. Ese vínculo es tan profundo que luego parece ser muy difícil de comunicar fuera del mismo:

**[I]:** ...la verdad es que yo siento que no termine de aprovechar bien a esto del *Graphmatica* y ahora, cuando intento contarles o decirles o sugerirles a los docentes que lo usen [Pausa] este uso del *Graphmatica* me parece que no se puede llegar a comprender bien si vos no haces modelización...

Más adelante la profesora explica con detalles cuál es ese uso tan particular del *Graphmatica* al que ella se refiere y que percibe que no es fácil de comprender sin estar inmerso en un escenario de modelización en aula. En su explicación va contrastando ideas, medios, supuestos y ejemplos partiendo de escenas vividas antes de su experiencia con modelización en aula:

**[I]:**... *¿qué tipo de funciones ves en el secundario? y, funciones de primero, segundo grado, funciones polinómicas, función exponencial. O sea, funciones que ya están lo suficientemente estudiadas y que tienen un formato digamos fijo o más o menos fijo y que bueno, el Graphmatica lo único que te puede aportar en esos casos, [se refiere a una presentación clásica de las funciones en el colegio] es esto, esto de optimizar los tiempos para no hacer los gráficos con papel y lápiz.*

En esta descripción el *Graphmatica* pareciera jugar sólo un rol de sustituto del lápiz y papel en el que el cambio de medio sólo implica optimizar tiempos y no habilita espacios de discusión sobre la naturaleza del conocimiento producido por uno u otro medio (Borba & Villarreal, 2005). Isabel va más allá y, a modo de ejemplo, reflexiona sobre una posible relación entre tablas y el uso de tecnología como recurso para trabajar funciones en un escenario pedagógico tradicional:

**[II]:** ...*me parece que el uso fundamental de esa herramienta tecnológica es esa [condición convencional] digamos, uno puede, a partir de una tabla generar una función porque, ¿cuál es la idea de las chicas? Si una tabla no se rige de acuerdo a cierta [regularidad ya fijada por el profesor], porque uno se los dice así, ¿no? [por ejemplo] cuando ven proporcionalidad directa y proporcionalidad inversa, ¿qué hacen?: una tabla. Cuando vos les das una tabla [bajo el supuesto de proporcionalidad] ¿qué pueden investigar?: si es inversa, si es directa o es nada. Y si es directa es una función lineal, y si es inversa es una hipérbola pero, y si no es nada es nada, ¿entendés? Entonces como que, si están [trabajando con] recta, si estás dando función de primer grado tenés que dar todo rectas, esto de que, esta matemática demasiado, no sé si estructurada, pero demasiado organizada.*

Esa matemática “*demasiado organizada*” puesta en juego en un escenario tradicional como el descrito por Isabel no permite percibir otros aportes o visiones, no permite dimensionar la auténtica potencialidad del software. Es necesario modificar el escenario para que se construyan otros sentidos:

**[II]:** *Entonces, ésta [su experiencia en el nuevo escenario] me ayudó a mí a desestructurarme. Las cosas no son así o así, pueden ser de cualquier*

*manera ... lo difícil que es justamente buscar la regularidad a esto que aparenta ser de cualquier manera y a veces lo es ...esos modelos que aparecen de una determinada manera terminan siendo aproximadamente de esa manera...hay cosas que aparecen como lineales y vos la podés aproximar por una lineal, de hecho eso es lo que hace, lo que te permite el Graphmatica [se refiere a la posibilidad de ajustar una curva a un conjunto de puntos proporcionados por una tabla]. No es que uno va a inventar, pero, uno puede empezar a mirar las cosas para descubrir esas regularidades dentro de algunos modelos que surgen, de problemas reales...*

En escenario de modelización cambian las actividades de alumnos y profesores, cambian los medios, las palabras y los sentidos (Bajtín, 1999). Las funciones lineales pueden ser buenas aproximaciones a problemas reales en lugar de ser los problemas buenas construcciones para aplicar funciones lineales. Los datos presentados en tablas pueden responder a relaciones analíticas ya estudiadas previamente, a relaciones no conocidas a priori, o quizás no es posible explicitar una relación analítica entre ellos. Esto es diferente a proporcionar a los alumnos una tabla de datos construida a partir de una relación conocida, y solicitarles que utilicen el software para encontrar esa relación, sabiendo que la misma es el modelo funcional que se acaba de estudiar. Por todo esto, Isabel afirma que el uso del *Graphmatica* “no se puede llegar a comprender bien si vos no hacés modelización”. El sentido que ella le atribuye hoy al software está impregnado de sus vivencias en escenario de modelización.

Su experiencia en escenarios educativos tradicionales o de modelización le permite acercarse a Isabel una voz con la que explora dos cargas de sentidos bien diferenciadas respecto a la presencia del software en clases de matemática. Dos cargas de sentidos que provienen de reconocer en esos usos, respuestas distintas de la herramienta informática a pedidos diferentes que puede formular el docente. Por un lado, el software juega como medio que permite optimizar tiempos cuando sustituye al lápiz y papel en el dibujo de gráficos, o como medio que permite verificar los modelos enseñados en una situación particular de datos ofrecidos por la profesora. Por otro lado, en situación de modelización, el software se reconoce como medio que permite organizar la información, explorar regularidades y eventualmente construir un modelo, aquel que mejor aproxima los datos provenientes de un problema real escogido por sus alumnas. Aquí, el medio, se puede reconocer como

medio que permite que el conocimiento que circula en clase no esté “*demasiado organizado*”, cambie la organización tradicional y la producción de conocimiento. La incorporación de las TIC también ayuda a que emerjan contenidos.

## **2.4. Las Relaciones Interpersonales**

### **2.4.1. Interrelación Docente-Alumnas**

En la sección 2.2 se señaló que las alumnas, en escenarios de modelización, profundizan sus roles en la producción del currículum puesto en aula junto a su profesora. Sin embargo, en ese escenario, Isabel comienza a establecer otro tipo de interrelaciones con esas alumnas:

**[I]:** ... desde que comenzó el año, les fui contando a las chicas lo que íbamos a hacer, bueno que las había elegido para hacer un trabajo, o sea, las fui como concientizando y comprometiendo de alguna manera a que participen, a que se comprometan también ellas con este proyecto...

La profesora invita a sus alumnas a participar del proyecto, a colaborar, a construir colectivamente ese nuevo espacio. No obstante ello y a pesar que Isabel tenía una buena disposición hacia este grupo de alumnas y el grupo hacia ella, algunas de sus alumnas no se apropiaron de la invitación:

**[I]:**... eran unas alumnas [se refiere al curso] muy especiales, porque, eran muy demandantes pero a su vez, salvo algunos casos que habíamos detectado muy particularmente, eran alumnas que se habían como entusiasmado mucho con esto, ¿quiénes no se habían entusiasmado?, justamente aquellas a las que les era muy fácil la matemática y que entonces, con atender en clases, les había pasado que desde que empezaron el secundario y hasta que terminaron cuarto, que simplemente con escuchar en clases y hacer los ejercicios en clases, eran alumnas aplicadas e inteligentes, les funcionaba así, la matemática para ellas, digamos, era simplemente prestar atención, sí participar en clase, no eran alumnas pasivas de ninguna manera pero era como que ellas terminaban de aprender la matemática en clases...

Aparentemente el cambio de escenario produce un desequilibrio lo suficientemente importante como para desestabilizar a ese grupo, no porque no terminaran produciendo un modelo sino por sus resistencias a trabajar en grupo o negociar con otros. Hacer matemática era algo más que escuchar en clase:

**[I]:** Bueno, con este proyecto evidentemente, que además que tenían que trabajar en equipo, eran alumnas que tenían ciertas características, de

*estudio muy individual,... [Para sus proyectos] tenían que tratar con otra gente, juntarse con sus compañeras, llegar a acuerdos. Ese grupo es... me parece que de todos, es el grupo que produjo menos, digamos, no sé si menos sino con menos entusiasmo...*

Del mismo modo, Isabel va a reconocer que para otro grupo compuesto por algunas alumnas que en cuarto año habían tenido algunas dificultades con matemática, el escenario les permitió descubrir, a ellas y a su profesora, sus potencialidades para trabajar en matemática:

**[I]:** *...como que se las veía contentas ¿entendés?, yo creo que eso, para todo ese grupo fue muy importante porque digamos como que empezó a producir cosas en matemática que nunca pensaron que podían producir...*

Las interacciones cercanas con sus alumnas en escenarios de modelización, posibilitan reconocer que las estudiantes no son siempre las mismas. Los escenarios producen cambios de actitudes, de reconocimiento y de interrelaciones.

En el caso de Isabel, ella reconocerá una interrelación con sus alumnas particularmente nueva. Sus alumnas ofrecerán los ejemplos para que la profesora comunique a otros colegas lo que ocurre en clases. Entabla o reconoce con sus alumnas una relación casi de co-autoría:

**[II]:** *... ¿te acordás que después cuando nosotras, tomamos algunos trabajos y los escribimos? Parte de esos trabajos ya estaban escrito por ellas [se refiere a las alumnas] porque ellas también tuvieron que escribir en la computadora y tuvieron también que usar el editor de ecuaciones, o sea parte de esos trabajos, como por ejemplo, el de la población de las ballenas, lo presentamos en algunos congresos. Entonces después les hicimos a ellas algunas devoluciones de algunos trabajos, les fuimos a contar cómo había quedado armado...*

La construcción dialógica de la profesora con sus alumnas se hace evidente no sólo en el texto curricular sino también en aquellos espacios de aprendizaje y de participación profesional de la profesora quien además se los hace saber. La profesora crea una relación interpersonal con sus alumnas que trasciende el clásico rol entre docente y alumnos. Ahora, el profesor deja de ser sólo el que corrige y califica y el alumno deja de ser quien sólo recoge esa apreciación. Del mismo modo, presentar otra alternativa a la organización tradicional del aula con tema único y parejo para todos hará que la profesora pueda analizar sus relaciones ya construidas con sus alumnas.

Sus propias alumnas contribuyen, colaboran con la profesora, pero también le presentan desafíos para los cuales los expertos en los temas escogidos por sus alumnas pudieron hacer sus aportes.

#### **2.4.2. Interrelaciones Docente-Docentes y Nuevas Interrelaciones**

Isabel reconocerá las interacciones con sus colegas del proyecto u otros colegas como hecho necesario para poder trabajar en aula en ese nuevo escenario:

*[I]: ...está como muy importante las interacciones que se pueden hacer, que, hicimos con todas las profes, porque mirar entre todos un problema no es lo mismo que mirarlo uno solo y bueno, evidentemente en esto fundamentalmente creo que para hacer modelización, uno tiene que tener un equipo y eso es como sí o sí...*

El equipo de colegas del proyecto fue un soporte importante, considerado por Isabel como condición necesaria para el trabajo en escenarios de modelización. Se reconoce como importante tanto al momento de mirar y pensar los problemas formulados por sus alumnas como en instancias de evaluación de los modelos propuestos:

*[I]:... había veces que nos teníamos que poner nosotras a desmenuzar a ver qué era lo que habían querido hacer las chicas pero bueno también éramos cuatro que estábamos por ahí pensando y si a alguna no se le ocurría [Pausa] además, de hecho, nos podíamos equivocar y de hecho hay un montón de cosas que están aún pendientes para ver si, si estaban totalmente bien, porque uno en el momento puede creer que algo está bien...*

En escenario de modelización es posible reconocer los errores y la posible “precariedad” del conocimiento matemático generado en él, no como algo que problematiza sino como algo que puede permitir seguir explorando, seguir creciendo, seguir colaborando. Este hecho hace reflexionar a la profesora sobre el propio quehacer matemático:

*[I]:...de hecho, bueno, los modelos matemáticos, no creo que hayan surgido en la historia de un solo matemático ni en un solo momento después por ahí se dieron cuenta que la cosa no era tan así...*

Podría decirse que para Isabel, la matemática en escenario de modelización se evidencia como construcción temporal, inconclusa, históricamente contextualizada y en colaboración. Es precisamente esta visión la que luego a ella le



permite contextualizar las producciones de sus alumnas y su propia práctica educativa. Una práctica en la que se necesita abrir las puertas del aula para la interacción y la colaboración.

Es precisamente en proceso de delimitación de tema y problema, que Isabel rescata la importancia de interactuar con personas expertas en el tema escogido por sus estudiantes como necesario cuando se invita a los alumnos a elegir libremente sus problemas. Si bien la profesora admite que el propio profesor de matemática puede ponerse a estudiar sobre los temas que escogen sus alumnas, también reconoce que la interacción con el especialista le da otro sentido al tema: “*por ejemplo con las abejas, si bien nos pusimos a estudiar, ..., no es lo mismo que el especialista le cuente a las chicas*” pues: “*un especialista tiene más credibilidad*”. Isabel recupera y reconoce la relevancia de la intervención del apicultor para el tema de las abejas, de un agrónomo que ayudó a sus alumnas con un problema sobre crecimiento de árboles, pero muy particularmente rescatará el apoyo que le brindara a ella y a sus alumnas la profesora de Biología de su propia escuela y va a reconocer dos condiciones importantes para que estas interacciones sean posibles. Una tiene que ver con la disposición de colegas o especialistas a consultar. La otra, se relaciona con la disposición del propio profesor:

**[I]:**...*uno es profesor de matemática que no tiene formación en esto [se refiere a temas de las Ciencias Naturales], tiene que además, ser lo suficientemente amplio como para aceptar que hay un montón de cosas que no sabe y que, bueno, va a tener que recurrir a alguien que lo sepa, pero, por otro lado, tiene que pensar de armarse previamente de alguna estructura, sí de alguna estructura, de contactos eventuales para decir bueno, puedo recurrir a esa persona....*

El profesor necesita de amplitud, poder reconocer qué puede y que no. En escenarios de modelización aunque es el profesor o la profesora quien regula lo que ocurre en el aula, la práctica que acontece en ese escenario es esencialmente social como el conocimiento que en él se construye, sea el mismo de naturaleza matemática o didáctica.

### 2.4.3. Interrelación Docente-Responsable

En el Capítulo IV (Terrenos, Escenarios y Vivencias de *Experiencia* 2004) se señala que Isabel acepta participar en el proyecto por la confianza que tenía o tiene en la responsable del proyecto. En la entrevista, la responsable del proyecto es reconocida como una de las cuatro integrantes: “*éramos cuatro las que estábamos por ahí pensando*” y ello hace que en parte la interrelación con la responsable del proyecto sea un caso particular de interrelación docente-docente.

También otorga a la responsable un rol particular: observador externo pero inmerso en la experiencia:

**[I]:** *escribir y enviártelo a vos...no es lo mismo leer algo que alguien escribió, pero estar afuera, que leer algo que alguien escribió pero haberlo vivido... no desde la misma posición pero, justamente de otra, justamente eso es lo más rico que tiene, desde otro mirada y poder aportar todo lo que la otra persona veía y vos no podías ver...porque bueno, estabas en,... parada frente al curso...*

Podría indicar que el rol asignado al responsable es valorizado como alguien que ayuda para mirar desde otro lugar lo que ocurría en su aula.

### 2.4.4. A Modo de Cierre

Cuando Isabel finaliza en 2004 su puesta en aula de un escenario de modelización, se retira de la docencia pues a fin de ese año le llega el aviso de su jubilación. Una jubilación anticipada que había pedido con dudas en su momento y que la encuentra poniendo en juego una experiencia innovadora que la hiciera sentir al inicio de ese año “*como una recién iniciada*”. Diría ella, “*un plus de la vida, poder haber trabajado juntas [ella y yo] por primera vez luego de recibidas*”.

El plus llega porque Isabel ya tenía un recorrido, una trayectoria de formación y una disposición hacia los otros y el aprendizaje que estuvo y está presente en su trayectoria.

En sus caminos de formación Isabel fue tomando opciones, inició primero la Licenciatura en Matemática de la UNC, luego de dejar esta primer elección, completó el profesorado en una institución terciaria pues no había opción universitaria. Finalizado el profesorado su desarrollo discurre entre sus prácticas de

aula, su participación en OMA, sus interacciones con colegas dentro y fuera de su lugar de trabajo, el postítulo y la experiencia del 2004.

Su proceso de desarrollo ha sido continuado y variado. Ha transcurrido en espacios de formación y de interacción. En su recorrido han coexistido espacios de formación impregnados por los modelos “aislados” y “enchufados”, acordes a la caracterización dada por Fiorentini (2001). La participación de Isabel en espacios tales como los organizados desde OMA o el postítulo de la Universidad, sobre los cuales ella no tenía injerencia en cuanto a la selección de actividades o modos de planificarlas, han estado siempre acompañados de su búsqueda de reflexión y crítica, junto a sus pares, en relación a lo que se ponía en juego en esos espacios. A ella le fue cabiendo la decisión sobre qué espacios de formación escoger y cómo interactuar. Escoge OMA quizás por su relación con la matemática o porque fue el primer espacio que se le ofreció. Escoge el postítulo porque las demandas de las políticas neoliberales de los 90 lo impusieron pero también porque con él abrió otro espacio de interacción con colegas.

Su desarrollo profesional ha tenido una importante componente de autonomía en las decisiones sobre qué hacer y cómo, por ejemplo priorizar la resolución de problemas como actividad matemática y como recurso para enseñar. Fue un desarrollo en el que recién a partir de *Experiencia 2004*, con centro en la modelización matemática para el aula, la profesora acepta el desafío de escribir para comunicar ideas, incorpora tecnologías que le hacen repensar acerca del rol de las mismas, re-examina la naturaleza de la actividad matemática y revaloriza las producciones de sus alumnas. En este nuevo escenario, la resolución de problemas continuó siendo importante pero en él se revalorizó la actividad de formulación de problemas. *Experiencia 2004* se constituyó en una instancia de desarrollo en el que la práctica estuvo en el centro.

El desarrollo profesional de Isabel continúa. Al poco tiempo de jubilarse fue convocada por la escuela de siempre, “su escuela” para coordinar la enseñanza de la matemática en los tres niveles educativos que ofrece la institución (Inicial, Primario y Secundario). Un nuevo desafío que implica que ella ahora mire el aula desde otro lugar.

### 3. El Caso Analía

*Con la modelización me sorprendió mucho el cambio de roles de algunos estudiantes. Chicos que habitualmente no participaban demasiado en la clase de matemática, frente a una situación real, donde tenían la información básica, podían discutir con fundamentos. Me parece que en situación de resolución de ejercicios estaban de otra manera, como que en ese contexto ellos mismos se sentían no habilitados para participar*

(Analía, en Entrevista, 2008)

#### 3.1. Una Trayectoria

Analía es nacida, al igual que Isabel, en la Localidad de Justiniano Posse<sup>49</sup> pero completó su Profesorado en Matemática, Física y Cosmografía en una Institución de Formación Docente de la ciudad de Villa María<sup>50</sup>. En su último año de profesorado se casó y se trasladó a vivir a la ciudad de Córdoba. Sin embargo, como no pudo lograr con ninguno de los Institutos de Formación Docente de Córdoba, un acuerdo razonable respecto al reconocimiento de las disciplinas cursadas en Villa María, a fin de concluir sus estudios de profesorado, decide finalizar los mismos en Villa María. De este modo, por un año, estuvo viajando casi todos los días 300 Km. (150 Km. de ida a Villa María y 150 Km. de vuelta a Córdoba). A pesar de algunas incompatibilidades en el sistema que sostenían en aquel momento los Institutos de Formación Docente y que costaron a Analía unos cuantos kilómetros y varias horas destinadas a viajar, en diciembre de 1983 culmina el Profesorado en Matemática, Física y Cosmografía.

En el primer cuatrimestre de 1984 cursa y aprueba, como alumna regular, tres cursos de la Licenciatura en Matemática de FaMAF: Análisis Matemático I, Introducción a la Física y Álgebra I. Entre 1985 y 1987 comienza a trabajar en el nivel medio de enseñanza dando clases de matemática y física en escuelas de la

---

<sup>49</sup> Justiniano Posse se ubica en la zona sudeste de la provincia de Córdoba y dista 235 Km de la ciudad de Córdoba

<sup>50</sup> Villa María está ubicada a 80 Km de J. Posse. En el momento que Analía cursó el profesorado, no existía la Universidad Nacional de Villa María, dicha universidad se crea en 1997 y en 1998 aproximadamente inicia sus actividades el profesorado en Matemática.

ciudad de Córdoba; en ese período nacen sus dos hijos mayores. A fines de 1987 se traslada con su familia a Francia donde permanece un año. Al regresar a Córdoba decide trabajar en su casa dando apoyo escolar o preparando alumnos para el ingreso a la Universidad. A fines del 91 nuevamente se traslada con su familia, esta vez a la ciudad de Cipolletti<sup>51</sup>. En esta ciudad nace su hija menor y retoma sus actividades docentes en las escuelas, trabajando en instituciones públicas y privadas de las ciudades de Cipolletti y Neuquén<sup>52</sup> totalizando 36 horas cátedras, máximo de horas permitidas entonces para las provincias de Río Negro y Neuquén. A mediados del 96 regresa con su familia a Córdoba para instalarse definitivamente en esta ciudad. Rápidamente logra iniciar sus actividades docentes y trabaja en varias escuelas hasta que en 2003, casi veinte años después de recibida, concentra todas sus horas en el colegio en el que realizó la experiencia del 2004.

Mientras trabajaba en Cipolletti y Neuquén, es invitada por la Jefa del Departamento de Matemática de uno de los colegios, para intervenir con sus alumnos en OMA. En el 93 viaja con sus alumnos a Buenos Aires para participar de la instancia nacional de OMA y se encuentra con Isabel a quien ella recordaba de Justiniano Posse. A partir de ese momento inicia con Isabel un intercambio fluido que se intensificó a su regreso a Córdoba. Ambas iniciaron y completaron el postítulo de FaMAF, participaron en los certámenes de Olimpíadas para Profesores y en diversos cursos o seminarios ofrecidos en el marco de OMA. Fundamentalmente ambas impulsaron y acompañaron a sus alumnos para participar de las Olimpíadas Matemáticas.

Del mismo modo que Isabel, Analía se incorpora a *Experiencia 2004* con una práctica intensiva en resolución de problemas, aplicaciones de modelos y exploración de regularidades en problemas matemáticos, pero sin experiencia con la modelización como abordaje pedagógico. Sin embargo, su recorrido personal y su trayectoria profesional fueron lo bastante versátiles, con idas y regresos, como para poder sostener otra instancia de alejamiento de su práctica conocida a la cual siempre podría regresar.

---

<sup>51</sup> La ciudad de Cipolletti está ubicada en la provincia de Río Negro a 1120 Km de la ciudad de Córdoba

<sup>52</sup> La ciudad de Neuquén, capital de la provincia de igual nombre, está ubicada a 8 Km de la Ciudad de Cipolletti

### 3.2. El Currículum

Analía, ha concentrado la mayor parte de su actividad de aula trabajando como profesora del Ciclo de Especialización o Polimodal, en el que se siente muy cómoda, en ese sentido es que escoge para desarrollar la experiencia un quinto año. Elige trabajar con alumnos ya conocidos puesto que ella había sido su profesora en cuarto año

El terreno en el que Analía monta su escenario de modelización presentaba en ciertos aspectos un grado de asperezas y ondulaciones que hizo difícil el montaje del escenario pero no fue tan agreste como para no poder sostenerlo. Analía trabajaba en un curso con 44 estudiantes en un aula que se caracterizaba por no ser lo suficientemente grande para albergar cómodamente a todos pero en la que todos tuvieron la disposición de adaptarse. Disponía de 3 horas cátedras semanales, distribuidas en 80 minutos el día lunes y 40 minutos en la séptima hora del miércoles (13:00 a 13:40 hs). Como usualmente algunos feriados se trasladan a los días lunes, en el transcurso del año lectivo se perdieron varias clases de 80 minutos. Estas características del terreno hicieron que Analía pudiese comenzar a montar su escenario de modelización recién a partir de mediados de junio, ya casi finalizando el primer cuatrimestre. La profesora conocía muy bien el terreno y sabía que sus alumnos en sexto año no tendrían la oportunidad de incluir o profundizar algunos contenidos de 5° año si ella no lo hacía. Sabía también que en los ingresos a la universidad se requerían algunos de esos contenidos. De este modo, la profesora y el escenario de modelización montado para quinto año, quedó tensado entre el deseo de la profesora por trabajar con modelización en su terreno y las demandas de la universidad. La tensión fue lo suficientemente intensa como para dejar en la profesora una preocupación, una inquietud a su alrededor:

**[A]:** ...me sigue preocupando esta cuestión de la organización curricular [en un escenario de modelización] porque después, en los ingresos universitarios, sobre todo en [la organización curricular de...] los cursos altos, al momento de ingresar [a la Universidad], los chicos tienen que dar cuenta de contenidos concretos, tienen que factorizar, tienen que saber logaritmo, tienen que aplicar, tienen que ver cómo se corre el eje si sumo o resto, entonces, la poca carga horaria que yo había tenido, me molestó un poco en esto de no cubrir el programa...

Analía, como profesora experimentada con los alumnos del Polimodal, da un listado de contenidos y habilidades matemáticas que supone, efectivamente forman parte del texto curricular para los ingresantes a la universidad, sabe que ellos constituyen el saber legitimado por aquella institución y que un alumno debe dar cuenta de tales saberes para ser habilitado como alumno ingresante. Sin embargo, y a pesar de este aspecto que la inquieta, la profesora no deja de reconocer que para los alumnos, el trabajo con modelización, puede ser muy revelador:

**[A]:** *...son alumnos preuniversitarios y a su vez vos sabes qué exigencias les esperan después pero, me parece que es muy significativo para los chicos, todo lo que hacen y el hecho de que ellos elijan un tema y busquen lo que está alrededor de eso me parece que es muy importante...*

En escenas de modelización en acción, la elección de temas por parte de los alumnos es tan importante que, los estudiantes no sólo pueden armar su propio recorrido curricular con sentido, como respuesta a sus inquietudes sino que además existe el potencial que ese recorrido sea rescatado en sus estudios universitarios. Esto es recuperado por la profesora como valioso, aunque al mismo tiempo le resulte demandante:

**[A]:** *... hay grupos con los que uno tenía que sentarse horas y horas para ver su trabajo. Te acordás, que con las chicas del departamento<sup>53</sup> [se refiere a un grupo cuyo tema elegido era inversión en compra de departamentos] le habíamos pedido que reinviertan esto [se refiere al alquiler percibido] en [un depósito bancario a...] plazo fijo Hubo que ver la capitalización a interés compuesto. Bueno, eso no lo pudimos generalizar [se refiere a sociabilizarlo e institucionalizarlo en el resto de la clase] parece riquísimo pero lo trabajamos nada más que con ese grupo pero bueno, era el interés de ellas, la mayoría de ellas siguió Ciencias Económicas así es que seguramente lo han necesitado después...*

En escenario de modelización en acción, los alumnos intervienen en el currículum con sus problemas. Si bien el conocimiento generado con sus proyectos puede llegar a no institucionalizarse, en el sentido de ser comunicado y validado frente a todo el curso, luego el profesor lo legitima con la evaluación final del proyecto. La cuestión es que, quizás desde la experiencia construida en sus años de

---

<sup>53</sup> El ejemplo al que se refiere Analía en este episodio, es el descrito en Capítulo IV

desarrollo profesional, está aprendido que lo que legitima el trabajo docente es el cumplimiento del texto curricular oficial. De este modo, la incorporación de su escenario de modelización coloca a Analía en un dilema. Por una parte indica: “yo siempre sentí que esto [el escenario de modelización] era muy importante para los chicos” y por lo tanto un aliciente para montarlo, “y por otra parte la exigencia de un programa que te hace sentir muy mal si no lo desarrollás”. ¿Cómo resolver este dilema? Pareciera que la respuesta de Analía fue actuar tal como un equilibrista en aula y mediar con ella misma entre ambas posiciones. En esos procesos recupera la idea de atribución de sentido como vara que le permite lograr el equilibrio. Atribución de sentido de sus alumnos ante la matemática y el de ella misma ante su actividad como docente. Esta lucha le permite reflexionar sobre la relación currículum enseñado y currículum aprendido desde otras perspectivas. Reconoce que lo enseñado en el colegio puede ser aprendido pero luego no reconocido en otros contextos en los que otras palabras sustituyen a las ya conocidas:

**[A]:** ...*tienen dificultades a veces, en los ingresos universitarios con temas que sí han visto, porque un cambio en el lenguaje les hace pensar que no han estudiado ese tema, a veces mínimo, por decirte [a modo de ejemplo] alcance-rango y conjunto de partida conjunto de llegada. Entonces por ahí, el chico siente que todo lo que vio antes para la universidad no le sirve...*

Del mismo modo, observa que cumplir con el programa no garantiza atribución de sentido. Así, al ingresar a la universidad los estudiantes pueden llegar a olvidar lo enseñado y acreditado: “probablemente para los chicos [se refiere a alumnos con los que logró completar el programa en años anteriores] sea tan poco significativo [el programa completo] que se hayan olvidado”.

Analía trae al frente un conjunto de conflictos y discusiones vigentes entre tantos profesores. Pone en evidencia tensiones que emergen en la puesta de su escenario de modelización. Tensión entre lo pedido desde la sociedad, materializado en “el programa” quizás sin sentido para quien aprende, y el currículum construido por los alumnos, con sentido para ellos. Tensión entre lo que demanda la universidad y las propias demandas del profesor. Tensión entre el conocimiento legitimado por la sociedad e instituciones del saber y el legitimado por la micro



sociedad del aula. A pesar de estas tensiones, el escenario de modelización alcanzó relevancia matemática tanto para los alumnos como para la profesora:

**[A]:**... *es matemáticamente muy significativo [se refiere al escenario], no sólo para los chicos sino para vos [la profesora misma], porque ya te digo, yo, por ejemplo esto de ver a la progresión aritmética y geométrica como funciones con dominio natural, no lo había pensado nunca [se refiere a un contenido que surgió en el transcurso de la experiencia a partir de la creación de un modelo]...*

La propia profesora, en búsqueda de ideas para trabajar con sus alumnos y en interacción con un grupo de colegas, reorganiza sus conocimientos matemáticos y construye su propia trayectoria de formación cargada de sentido.

En tal escenario, las dudas o temores del comienzo al contrastar con el quehacer de los alumnos finalmente se transforman, se revalorizan:

**[E]:** *¿Te acordás que cuando estábamos generando el proyecto, producía bastante temor que los chicos elijan el tema y el problema?, ¿hacia dónde van a ir?, ¿qué voy a poder hacer? ¿Qué te parece al final?*

**[A]:** ... *pienso que definitivamente tiene que ser abierto [la elección de tema], porque el chico me parece que produce mucho más si realmente tiene interés en ese tema, porque, por ejemplo, cuando yo les pedí [en modelización colectiva y formulación de problemas] con esto de la función por partes, en qué situaciones de la vida real aparecían, estaban condicionados por el tema pero tenían la libertad de elección [de formular problemas] y salieron cosas muy bonitas. Me parece que si uno los condiciona más el chico tiene menos vueltas, tiene menos margen de maniobra. Me parece que, aunque sea más difícil, tiene que ser abierto.*

**[E]:** *Aunque sea más difícil para uno*

**[A]:** ...*se tiene que priorizar el interés del chico, me parece...*

El texto curricular en escenario de modelización significó un espacio de profundo desafío para Analía, desafío que le produjo dilemas pero que aceptó y resolvió priorizando los intereses de sus alumnos y las construcciones de sentidos tanto de los alumnos como de la profesora. El escenario de modelización construido por Analía con sus alumnos fue propicio también para que la profesora redimensionara las TIC.

### 3.3. Las TIC

Al iniciar el proyecto que sustenta *Experiencia 2004*, Analía no había desarrollado una experiencia amplia con las nuevas tecnologías quizás porque no había tenido la necesidad de intensificar su interacción con ellas. Como ya se puso de manifiesto varias veces en este escrito, las condiciones de trabajo de las integrantes del grupo y la necesidad de producir material para el aula, las coloca a todas en un escenario en el que es ineludible intensificar el uso de las TIC para producir y comunicar. La intensificación se realizaría apelando a lo conocido, pero también apropiándose de lo nuevo necesario con el apoyo de las colegas. En ese sentido Analía indica:

**[A]:** *El uso de las nuevas tecnologías, empezando por nosotras, ¿te acordás? Aprendimos a usar el e-mail, adjuntar archivos y todas estas cosas. Nos sirvió mucho el Graphmatica, yo lo sigo usando actualmente...*

Analía, al igual que Isabel, no contaba con conexión de Internet en su casa y esto dificultaba su acceso a la misma. Si bien sabía consultar algunas páginas de Internet fundamentalmente las de OMA, el correo electrónico era un espacio a descubrir. Lo novedoso para ella fue crearse una dirección de correo electrónico y usarla. Analía empleó intensamente el correo electrónico para enviar archivos y por medio de esos archivos comunicar sus ideas o producciones para el aula o realizar y recibir sugerencias de algunas de las colegas sobre sus archivos originales. Al referirse a las devoluciones con correcciones que recibía de sus colegas, Analía solía decir con muy buen humor: *“les envió mi archivo escrito en negro y vuelve en rojo”*. Aquellas interacciones por medio de las TIC y con las TIC abrieron caminos de encuentros entre las profesoras, entre Analía y las TIC y también auténticos espacios de producción colectiva. Es por ello que, para Analía, la acción de *“adjuntar archivos”* se transformó en una acción relevante para su trabajo. Su relación con las TIC creció en comprensión y sentido de tal modo que, en instancia de la entrevista, se permite imaginar otro espacio posible de trabajo con sus estudiantes en el cual otorgaría un rol relevante a la comunicación, con sus alumnos, vía correo electrónico más allá de las horas cátedras fijas. Este espacio imaginado, podría disminuir la tensión sobre el escenario de modelización: *“el formato de la hora cátedra me parece que no ayuda mucho. Yo dejaría cuatro horas cátedras y dejaría dos*

*flotantes como para discutir grupo por grupo o manejarlo vía e-mail*". Más adelante la profesora es más específica e indica que "...todo lo que se puede decir vía mail hace a la cuestión formal de la entrega del trabajo..." sin embargo, "...lo que hace a las dificultades con el contenido [matemático o no] vos tenés que charlarlo cara a cara con el chico...". La profesora distingue qué actividades podría llevar a cabo vía correo electrónico y cuáles no. La actividad de comunicación final y de producción de conocimiento integral que quedan plasmados en el escrito final de los proyectos de modelización producidos por los alumnos es factible de ser mirado vía correo electrónico. En cambio, en proceso de producción del modelo matemático, es necesaria una interacción en la que profesores y alumnos interactúen directamente, las respuestas o nuevas preguntas son instantáneas. Quizás no basta con leer palabras para comprender al otro, quizás tan importante como eso sea poder interpretar miradas, gestos, suspiros. Parece que la producción de matemática está cargada de vivencias que requieren de una intervención cara a cara con cierta inmediatez.

En el escenario de modelización creado por Analía, los alumnos no tuvieron prácticamente posibilidades de interactuar en el colegio con las TIC, a pesar de ello la profesora reconoce que *Graphmatica* también significó un aporte en su propia experiencia, tal como se puede ver en el trecho de su entrevista que se reproduce al comienzo de esta sección. En parte, este hecho hizo que se potenciara el uso de las calculadoras científicas de los propios alumnos como medio para pensar y resolver problemas. Un ejemplo de ello se produce en escena de modelización colectiva cuando, acorde a la ecuación dada aquí abajo, en la que  $A_n$  representa el número de abejas para un tiempo  $n$ , fue necesario calcular el tiempo que demora en estabilizarse la población de abejas, esto es que el total de abejas esté entre 60.000 y 80.000.

$$A_n = \begin{cases} (0,975)^n A_0 & \text{si } n \leq 21 \\ B \cdot 0,975^n + 80000 & \text{si } n > 21 \end{cases}$$

$B > 0$     y     $B \approx -122000$

Para determinar ese tiempo fue necesario introducir brevemente la noción de logaritmo, a partir de tal idea y con ayuda de las calculadoras se calcula el tiempo buscado. Aunque reconocido como hecho positivo, al contrastar lo ocurrido con lo que la profesora asume que se espera en la universidad, puntualiza:

**[A]:**...¿te acordás mi preocupación<sup>54</sup> por el logaritmo? Era una cosa que a mí me tenía muy mal. A pesar de que ellos [los estudiantes con las calculadoras] después habían podido responder a la pregunta respecto del tiempo que se tardaba [se refiere a la pregunta que planteaba el problema de las abejas acerca a la constitución de una colmena en condiciones normales]. No sé después cómo les va [en el ingreso] con los contenidos concretos, cuando tienen que usar propiedades, cosas que nosotras no habíamos logrado trabajar...

Aquí la profesora vuelve a colocarse en tensión, reconoce haber podido responder la pregunta formulada en el problema de las abejas, de modo tal que los alumnos atribuyen sentido a la noción de logaritmo al ponerla en juego para resolver la ecuación que quedaba planteada, sin embargo luego recuerda que el uso del logaritmo en contexto de cursos de ingresos a la universidad u otros estudios, no se centra tanto en lo conceptual como en lo procedimental y aplicación de sus propiedades.

El terreno en que se montó el escenario para quinto año de Economía y Gestión no favoreció la entrada de las TIC al aula ya que, en los horarios de clases de matemática, la sala de computación estuvo asignada todo el año a otros cursos u otras actividades. A pesar de varios intentos por modificar la situación, esta no pudo ser resuelta, como podrá apreciarse en lo que se relata en la siguiente sección.

### **3.4. Las Relaciones Interpersonales**

#### **3.4.1. Interrelaciones Docente-Alumnos**

Las interrelaciones de Analía con sus alumnos requirieron de un esfuerzo importante por parte de ella para poder atender sus demandas y comprender sus propuestas. Requirieron de esfuerzo por el poco tiempo disponible, entre otros factores; sin embargo los estudiantes supieron acompañar a la profesora. Producto de esta interrelación surge la vara que ayuda a Analía a encontrar un equilibrio a sus propias demandas y las del sistema. En escenarios de modelización, las interacciones con sus alumnos le permiten a la profesora redimensionar el sentido

---

<sup>54</sup> La preocupación de Analía por la enseñanza del logaritmo provenía de saber que, por razones de varias índoles, no se trabajaba en sexto año aunque no se hubiese introducido en quinto año.

de los problemas matemáticos en cuanto a los vínculos que los estudiantes crean con los mismos:

**[A]:** ... *lo que siento mayoritariamente con la modelización es el cambio en los chicos, en el interés de los chicos porque yo siempre traté de trabajar con problemas, de entusiasmarlos, de que se enganchen, de que los piensen, pero, con una situación real son los chicos los que se enganchan naturalmente...*

Los alumnos se vinculan naturalmente al problema que ellos formulan, es el problema propio el que regula la interacción de los estudiantes con la matemática y la profesora de modo tal que ella comienza a ver a algunos de sus alumnos desde otras perspectivas, deja que sus estudiantes la sorprendan: “...*con la modelización me sorprendió mucho el cambio de roles de chicos que habitualmente no participaban demasiado en la clase de matemática*”. Lo que sorprende a la profesora, es descubrir que algunos alumnos, a quienes percibía que no se habilitaban a participar en un escenario pedagógico centrado en ejercicios, cambian. En 2004, en un escenario de modelización en el que los alumnos se vinculan “*naturalmente*” con el problema o “*situación real, donde tienen la información básica*”, en un escenario en el que ellos son los que conocen el tema, se habilitan a participar y “*pueden discutir con fundamentos*”.

### **3.4.2. Interrelaciones Docente-Docentes y Nuevas Interrelaciones**

Analía considera sus interacciones con las colegas del proyecto como un espacio “*muy rico*” en el que “*aprendió un montón de cosas*”. Lo aprendido por Analía fue diverso y se vincula con los sentidos que adquieren las relaciones con sus pares en escenarios de modelización:

**[A]:** ...*el apoyo incondicional de ustedes para corregir, para mirar, para ver cómo se seguía, hasta dónde, cómo, cuándo, incluso ayudarme a pensar porque uno por ahí en el entusiasmo se dejaba llevar en determinada dirección y era como que había que volver sobre la base del proyecto...*

Se relaciona muy especialmente con Isabel, su par en quinto año con orientación en Ciencias Naturales, con quien profundizan los vínculos ya existentes. Dicha relación también permite vínculos con la matemática: “*vi un enfoque novedoso de la progresión aritmética y geométrica, esta idea de Isabel de pensarlo como*

*función de dominio natural*, [la primera como modelo lineal y la segunda como modelo exponencial] *me abrió la cabeza en ese aspecto*".

Aprendió con María que es factible trabajar con modelización matemática con alumnos de primer año: "*me gustó mucho, me parece que surgieron cosas muy interesantes*". Este hecho también le permitió redimensionarse como profesora reconociendo que ella "*no podría, hacerlo en cursos tan bajos como lo hizo María*" [se refiere a montar un escenario de modelización]. También, le ayudó a examinar algunos de sus propios supuestos respecto a los requisitos para trabajar con modelización matemática: "*...me parece que los chicos tienen que tener una base matemática más o menos amplia como para después decir qué herramienta elijo de todo lo que tengo* [al momento de modelizar]. Requisitos que, a partir de la interacción con su colega de primer año, logra reconocer como no absolutos sino dependiente del profesor: "*Bueno, yo funciono mejor en los cursos altos, probablemente sea* [se deba a...] "*mi incapacidad respecto a esto*" [para pensar en trabajar con alumnos de primer año].

El colega, par docente, emerge como quien acompaña, apoya, ayuda a programar y a pensar lo que ocurre en el aula propia ajena. El par surge como el otro humano que permite seguir o construir, que posibilita el diálogo en el aprendizaje del profesor en práctica, con su práctica o en contraste con la práctica de sus colegas. Todo ello es recuperado por Analía como hechos "*muy positivos*" y que los disfrutó.

Así como las interrelaciones de la profesora con sus colegas de *Experiencia 2004* apoyaron el trabajo y las interacciones con los alumnos la sorprendieron y le ofrecieron un soporte importante para lograr sostener el escenario de modelización en un terreno no llano, otras interacciones no ayudaron. Por múltiples razones, las interacciones con colegas de la institución en la que trabajaba Analía no pudieron brindar las condiciones de apoyo que ella hubiese deseado y necesitado. El apoyo esperado se relacionaba con aspectos organizativos respecto a una mejor distribución horaria para el curso y respecto a contar con acceso a la sala de computación del colegio. Por ejemplo, en el primer caso, acceder al pedido de la profesora acerca de cambiar los 80 minutos de los lunes a otro día, para evitar los feriados, hubiese aliviado la presión del tiempo. En el segundo caso, quizás haber arbitrado los medios de resolver el problema "*de la sala de computación ocupada*

*todo el tiempo*” hubiese permitido un trabajo más rico para los estudiantes al auxiliar sus proyectos con el uso de TIC.

También es verdad que el proyecto tuvo sostén y reconocimiento entre los padres de sus alumnos. En parte esto ocurre pues, en escenas de modelización en acción, algunos de los grupos que centraron sus temáticas sobre cuestiones económicas, consiguieron aportes muy diversos de sus familias:

**[A]:** *...se habían involucrado en proyectos que ya estaban en marcha [en sus grupos familiares]. Muchos de los proyectos eran micro emprendimientos que ya estaban iniciados o por un abuelo, o por un papá, o un estudio de mercado para una tía...*

De esta manera, las respuestas de los padres no se hicieron esperar: “*Qué bueno que en matemática estén haciendo esto, con estos elementos, con esta capacidad de análisis*”. Analía reconoce estos comentarios como reconfortantes e indica: “*...entonces el impacto social también fue muy fuerte*”.

La profesora tuvo sentimientos encontrados en sus interrelaciones, por un lado indica:

**[A]:** *...yo recuerdo haberme sentido fuertemente comprimida por la falta de carga horaria, por la falta de apoyo del colegio. Sentí que era tan importante lo que yo estaba haciendo y a nadie le importaba demasiado...*

Pero por otro lado se sintió apoyada y contenida “*tan profesionalmente por el grupo que estaba a cargo del proyecto y por el entusiasmo de los chicos que me parece que fue lo que me ayudó*”. Igualmente rescata las voces de los padres de sus alumnos como voces que también hablan de la institución: “*el apoyo importante desde la institución que yo sentí que llegaba, era desde los padres*”.

Analía reconoció también la necesidad de recurrir a profesionales o personas expertas en los temas tratados por sus alumnos durante escenas de modelización en acción “*para ayudarlos [a los grupos] o verificar lo que se estaba haciendo*”. El profesor podía ayudar con la matemática desarrollada por sus alumnos, sin embargo el marco de la realidad en la que se producía el estudio excedía a la matemática en ese sentido. El experto en el tema es quien aporta los medios y conocimientos para validar el trabajo hecho. En esa perspectiva la profesora tuvo otra demanda que

significó ayudar a los estudiantes a encontrar un experto y abrir un canal de diálogo entre estudiantes y experto:

**[A]:** *con ese problema de los edificios, te acordás que yo anduve una semana buscando a la persona que tenía la empresa constructora y su inmobiliaria, pero una vez que das con él, con una llamada telefónica alcanza...*

En varios casos Analía tuvo que realizar el contacto con negocios, pequeñas empresas o profesionales pues muchos eran renuentes a brindar información a los jóvenes. Esto significa más tiempo de trabajo para una profesora “*pero, no pesa, ni al chico ni a vos porque ves el interés*”.

### **3.4.3. Interrelaciones Docente-Responsable**

Para Analía la responsable del proyecto se constituyó en una integrante más del grupo y como tal se sintió apoyada por ella. En varios de los fragmentos de su entrevista, transcritos arriba, la profesora dice: “*¿te acordás?*”, esta expresión, pone en evidencia espacios de interacciones compartidas por ambas durante su puesta en aula en 2004. Tal interacción enriqueció ideas y conocimientos de ambas. En momentos de observaciones, las dos encontraron, con la ayuda de los estudiantes, un espacio para una silla, la silla, un rincón entre tantos alumnos para que la responsable pudiese completar los registros de clases. Analía asumió que su responsabilidad ante el aula era su mayor interés, en ello centró su compromiso y no quedó dudas que así fue. A la responsable le asignó, entre otras, la responsabilidad de ser la cara visible ante la ACC, para recibir las comunicaciones de esa institución o para organizar y comunicar a la misma los avances del proyecto o informes finales. Varias veces le dijo “*dejo en ti la responsabilidad ante la ACC*”.

### **3.5. A Modo de Cierre**

Analía se ha ido constituyendo como profesora en un recorrido versátil en el que fue buscando el equilibrio entre la integración de la familia y su propio desarrollo profesional. En sus primeros años fue acompañando cambios de ciudades con cambios de actividades que le permitieron resolver las tensiones entre lo deseado y lo posible. Adaptándose a lo posible pero construyéndolo con su propia impronta.



Su interés por la matemática y la resolución de problemas han sido cuestiones que la ayudaron a crecer en seguridad respecto del propio quehacer matemático, en la actividad docente, en las interacciones con sus alumnos y en la construcción de vínculos con otros docentes.

Luego de varios años fue logrando estabilidad en un solo lugar de trabajo, pero, como el cambio parece ser su impronta personal, en 2006 dejó algunas horas en el colegio que llevara a cabo *Experiencia 2004* para comenzar a trabajar en otra institución en la que Cristina comenzaría a actuar como coordinadora de matemática. En 2010 renuncia definitivamente a la institución en la que puso en marcha el proyecto del 2004, para tomar horas en el colegio en el que Isabel había trabajado. Simultáneamente decide asumir la coordinación de la enseñanza de la matemática en el nivel primario de la institución a la que se incorporara en 2006.

Actualmente Analía trabaja con Isabel quien actúa como su coordinadora en aquella escuela en la que observara clases de su colega Isabel durante *Experiencia 2004*, en la que varias veces se reunió con otras profesoras para trabajar sobre OMA o para pensar sobre el proyecto del 2004. También trabaja con Cristina en el colegio al que ingresó en 2006, ambas forman parte de un grupo interdisciplinario conformado por profesores de matemática, ciencias naturales e informática. Este grupo fue constituido con el fin de llevar a cabo un proyecto centrado en la problemática del agua como recurso natural y en el que las TIC están en el centro<sup>55</sup>. El rol principal de Analía, en ese proyecto, es trabajar con modelización con sus alumnos de sexto año tomando como tema el agua. Además debe tomar cursos centrados en la relación TIC y enseñanza, escribir informes e interactuar con colegas del colegio cara a cara o con otros colegas de América Latina vía correo electrónico o chat.

Analía, quien recordó en su entrevista que en 2004 había aprendido a “adjuntar archivos” hoy está interactuando en forma intensa y profunda con las TIC. Instala un escenario de modelización en un terreno propicio con una situación de

---

<sup>55</sup> Este proyecto ganó un concurso abierto por Hewlett Packard para América Latina. Tal concurso estaba destinado a proyectos innovadores para las escuelas en los que se trabajara intensamente con TIC y se favoreciera el desarrollo profesional de los profesores participantes del mismo. El subsidio consiste en una donación, para el colegio, de equipos electrónicos de nueva generación.

desafío por lo que significa ampliar las interacciones con otros actores humanos o no humanos, en el que ya no debe salir a buscar a los expertos fuera del colegio para apoyar a sus alumnos en proyectos de modelización pues ellos son sus propios colegas.

Hoy Analía sigue buscando su propio equilibrio entre la innovación y las demandas de la sociedad o sus propias demandas, entre la familia y el trabajo. En esa búsqueda el interés de sus alumnos, el compromiso de la institución y la interacción con colegas siguen siendo el apoyo que la ayuda a sostener su equilibrio, aunque algunas veces la vara se mueva y deba volver a buscar el punto justo para sostenerse.

Hoy puedo decir que durante *Experiencia 2004*, las interrelaciones de Analía con sus alumnos, los padres de los mismos y sus colegas del proyecto ayudaron a sostener una práctica docente innovadora en un terreno escarpado. Seguramente su propio compromiso hacia sus alumnos y su convicción en relación con el trabajo compartido, posibilitan que aquí y hoy, como comunidad de educadores matemáticos, contemos con evidencias para afirmar que, aún con dificultades es posible montar en aula un escenario de modelización.

#### **4. El Caso María**

*A mí lo que me hizo cambiar la visión de la modelización no han sido tanto las lecturas, sino, el trabajo en el aula con chicos chicos y parte de esto de tener que defender una posición...*

(María, en Entrevista del 2008)

##### **4.1. Una Trayectoria**

María se recibió de Profesora de Matemática, Física y Cosmografía en 1983 en el mismo año que se recibió Analía y estudió en el mismo Instituto en el que lo

hizo Isabel, el Instituto Católico del Profesorado de Córdoba. Una vez recibida, rápidamente comenzó a dar clases en escuelas públicas y privadas

En 1989 una compañera de trabajo le llevó a la escuela, en la que ambas daban clases, el recorte de un diario de Buenos Aires y, entregándoselo, le dijo: “esto es para vos”. Tal recorte publicitaba becas ofrecidas por el gobierno de Japón para docentes de nivel medio quienes se insertaría en instituciones universitarias a designar e interactuarían con alumnos y docentes de escuelas japonesas. Sin dudar María, decidió postularse. En aquel momento, María, como ex alumna, se acercó a verme a FaMAF y comentarme sobre la beca. Discutimos algunas ideas para armar un plan de trabajo con el que elaboró su propuesta definitiva y, en octubre de 1989 viajó a Japón. Durante los seis primeros meses estudió japonés 10 horas por día y luego comenzó con un conjunto de otras actividades relacionadas con su beca mientras continuaba perfeccionando el idioma. Tales actividades, programadas por su tutor, un matemático japonés, se centraron en tres problemáticas de estudio y formación focalizadas en la educación matemática, la matemática y, cultura y sistema educativo de Japón. Respecto a su formación en educación matemática cursó asignaturas centradas en la enseñanza o aprendizaje de la misma y seleccionadas de un programa de post-graduación en educación matemática de la Universidad Fukuoka Kyoyku Daigaku (Fukuoka, Universidad de Educación). Respecto a la matemática, estudió junto a su tutor y produjo un trabajo sobre análisis hipercomplejo que luego comunicó a otros matemáticos y estudiantes de matemática. Respecto al tercer centro de su formación, realizó cursos acerca del sistema educativo japonés, cultura e historia japonesa. Con el fin de contextualizar los cursos y poner en juego el idioma en espacios educativos, María realizó observaciones de clases en colegios de enseñanza media donde abrió interacciones con alumnos o profesores. En marzo de 1991 regresó a Córdoba luego de completar un programa de formación intensivo y original que representó importantes demandas para María pero que, tal como lo dijo su compañera, “era para ella”.

Desde su regreso a Argentina y mientras seguía dando clases en el nivel medio, trabajó impartiendo clases de Análisis Matemático III y de Práctica de la Enseñanzas en el mismo Instituto de Formación Docente donde se recibió. En 1996 junto a colegas del Instituto, participó en algunas discusiones sobre los Proyectos

Curriculares para la Provincia de Córdoba. En 1998 dejó su trabajo en ese Instituto de Formación Docente.

Desde hace 17 años trabaja con el total de horas cátedras (30) en el colegio en el que llevó adelante *Experiencia 2004* concentrando sus actividades docentes en primero y segundo año del ciclo básico de enseñanza.

En el año 2000 inicia una maestría a distancia ofrecida por la Universidad de Exeter (Gran Bretaña) y dirigida por el Dr. Paul Ernest. Logra completar cuatro cursos y rendir dos, pero los avatares económicos y políticos de Argentina afines del 2001 le imposibilitaron continuar con la maestría ya que las modificaciones de la relación cambiaria entre el dólar o euro y los pesos argentinos implicaron un aumento considerable (en pesos) del costo de cada curso. Cabe señalar que el programa de formación, aunque abierto a todo el mundo, requería leer y escribir en inglés.

Al igual que Isabel y Analía, María se incorpora a *Experiencia 2004* sin práctica previa con la modelización como abordaje pedagógico pero, con una impronta de su trayectoria de formación que le permitió tomar el particular desafío de trabajar con alumnos interesantes en el nivel medio de enseñanza y con los que se relacionaría por primera vez en el instante mismo de poner en aula un abordaje nuevo para ella.

## **4.2. El Currículum**

Para la experiencia del 2004, María debía escoger llevar adelante su propuesta con alumnos de segundo año o de primer año. A los alumnos de segundo año ya los conocía y sabía que contaban con una cierta interacción con la matemática y la cultura de un colegio secundario que quizás podría hacer su trabajo menos pesado. Con los alumnos de primer año, en cambio, significaba abrir una experiencia nueva para ella y los alumnos, en todo sentido. Pero, como ya se ha indicado en el Capítulo IV, en 2004, María tomó, dos decisiones muy importantes. Una de ellas fue su opción de trabajar con alumnos muy jóvenes o, según sus propias palabras, “*chicos chicos*” a quienes conocería en su primer día de clases, que recién ingresaban al nivel medio de enseñanza. La profesora era nueva para los

alumnos, los alumnos eran nuevos para la profesora, todo estaba abierto para ser descubierto. En este contexto, la profesora toma su segunda decisión: iniciar desde el primer día de clases con modelización considerando “*al proceso de modelización como el proceso que dirige el tratamiento de todo el currículum*”<sup>56</sup>. Para María, tal decisión “*permitiría a los alumnos tomar un mejor contacto de lo que la Matemática es, como ciencia, en realidad*”. En *Experiencia 2004*, tomando aportes de Devlin (1994) y Davis y Hersh (1989), la Matemática es considerada como la “*ciencia de los modelos*”, visión epistemológica sobre la que se sustentó la experiencia. Con esta visión de la matemática, también en primer año una nueva matemática se haría presente y acorde a ello María busca entonces “*aproximar una estrategia de enseñanza con la actividad propia de la Matemática*” e introduce un escenario de modelización buscando guardar coherencia entre posicionamientos epistemológico y pedagógico desde el primer día de clases.

Esta perspectiva de trabajo es la que la lleva a organizar los contenidos de primer año en tres grupos<sup>57</sup>: de índole teórico matemáticos o no, contenidos relacionados con el proceso de modelización y contenidos referido a actividades matemática, todo ellos vertebradas por el proceso de modelización con el tema “*envases*”. La elaboración del texto curricular de la profesora sintetiza su voz y las voces de otros autores. Su voz es respuesta a una duda generada colectivamente en interacción con el grupo de *Experiencia 2004*. Esa duda estaba relacionada con las posibilidades reales y condiciones necesarias para poner en aula un escenario de modelización con alumnos de primer año. La opción curricular adoptada, demandó bastante tiempo y esfuerzo para la creación de actividades para alumnos de primer año.

Como ya se relatara en los casos de Isabel y Analía, las creaciones para el aula, en el espacio de *Experiencia 2004*, significaron escribir y compartir ideas pero también abrir las puertas de las aulas a los otros integrantes del grupo. En ese sentido, la opción realizada por María, representó una demanda importante para ella en varios aspectos:

---

56 Presentación escrita de la propuesta de trabajo para primer año, en marzo de 2004 a las integrantes de *Experiencia 2004*.

57 Para más detalles sobre estos contenidos ver sección 4.2.3 del Capítulo IV

**[M]:** ...el hecho que vos vinieras a observar, era una forma de ponerte bien preparada, ...en el momento era agobiante, porque uno puede tener las ideas, pero había que dejarlas escritas para que otro pudiera entenderlas, que en ese caso eras vos o cualquiera otra de las chicas [las otras profesoras del proyecto], entonces eso fue difícil. Eso con respecto a la planificación en la casa, las apreciaciones de ellas eran bienvenidas por supuesto, siempre servía para mejorarla...

Además de este importante esfuerzo personal descrito por la profesora, el escenario puesto en aula también significó modificaciones en los espacios de trabajo y en los modos de organizar las interacciones en el aula. Se privilegió el trabajo grupal lo cual implicó un cambio de espacio físico y nuevas demandas para la profesora. Digo que significó cambios pues, las aulas del colegio en que trabaja María se caracterizan por tener los bancos individuales fijos al suelo y ubicados en filas uno detrás del otro. De este modo, para trabajar en grupo fue necesario trasladar cada una de las tres secciones de primer año al laboratorio de Ciencias Naturales o a la biblioteca donde se contaba con mesas adecuadas para el trabajo en grupos. Para utilizar estos espacios hubo que acordar horarios y modo de traslado de los alumnos; hubo que compartir responsabilidades con los celadores, los encargados del laboratorio y la biblioteca y con otros profesores. Por la disponibilidad de mesas grandes y la excelente disposición de los ayudantes del laboratorio para apoyar el trabajo de María con sus alumnos, un gran porcentaje de las clases se dieron en el espacio del laboratorio.

Al referirse a la organización de sus clases en trabajos grupales, María compara y relaciona sus modos de trabajar antes, durante y después de *Experiencia 2004*:

**[M]:** ... organizar las clases en trabajos [grupales], no, no. Solía hacer, sí pero, no en forma tan sistemática como este [año]. Cuando algún tema me interesaba que fuera tratado en grupo por la dificultad que tenía, sí lo hacía. Sí, sí, una o dos veces al año lo hacía. Y después de la experiencia yo volví a ese esquema también. También, no quedó eso de la asiduidad con que se trabajó en ese momento. Además hay otro factor, esto se usa mucho [se refiere al laboratorio de Ciencias Naturales, lugar en el que se estaba realizando la entrevista y espacio privilegiado para la experiencia del 2004], el laboratorio se usa muchísimo, entonces, conseguir espacios, para hacer cosas, a veces, cuesta, entonces bueno, lo hago en el aula a veces con lo que puedo.

**[E]:** Claro que no tiene la misma infraestructura que tiene el laboratorio.

**[M]:** *Y claro, claro, con esos bancos fijos ahí a lo sumo se puede trabajar de a dos. Pedir la biblioteca también es complicado. Después de ese año, [se refiere al año 2004] todo el mundo los usa [se refiere a la biblioteca y al laboratorio], yo creo que en algo les pegó [la experiencia] a los otros [se refiere a los colegas de su escuela]....*

El trabajo en grupo se privilegió no sólo para escenas de modelización colectiva sino también para modelización en acción y de ese modo durante gran parte del año lectivo los alumnos se trasladaron al laboratorio. En escenas de modelización en acción, cada grupo, junto a su profesora, recrea el currículum incorporando ideas no trabajadas en clase en escenas de modelización colectiva o que no forman parte del currículum oficial para primer año. Una de las nociones que emergió, en al menos los trabajos de dos grupos, es la de funciones definidas por partes, siendo las funciones escalera un caso particular surgido en uno de tales trabajos. En el año 2008, María vuelve a trabajar en primer año la noción de función definida por partes. Sin embargo, como ella lo dice, no acontece lo mismo en un escenario de modelización en acción que en otros escenarios:

**[E]:** *Por ejemplo, los chicos, del proyecto de transporte de madera,[un proyecto desarrollado en el 2004] ellos terminaron con una función en escalera.*

**[M]:** *Claro, claro*

**[E]:** *Sin saber ellos en realidad estaban con una función por partes.*

**[M]:** *Yo ahora con estos chicos [se refiere a sus alumnos del 2008] estamos viendo la, una función que relaciona el precio de una carta con el peso y también da una función escalera pero, no es lo mismo una diseñada por los chicos que lo que está ahí en el libro.*

**[E]:** *O sea, que de hecho, en realidad los chicos [se refiere a los alumnos que participaron en Experiencia 2004] incursionaron sin ponerle rótulos en contenidos que normalmente uno no trabajaría en primer año.*

**[M]:** *Claro, claro, claro y otra cosa que creo me fue más... me permitió ser más libre en el tratamiento de los temas y bueno si no daba una cosa no importaba... es que yo era la profesora de segundo año [se refiere al hecho que si algún contenido no era cubierto en primer año, tendría posibilidad de hacerlo en segundo]. Si yo hubiera tenido una profesora que me siguiera, en una de esas me tendría que haber posicionado distinto o no, o después negociar con ella o no, no sé pero digamos, me salvé de ese aspecto.*

Las actividades de los alumnos en escenas de modelización en acción se reconocen como diferentes de las actividades de los alumnos a partir de aquello que “*está ahí en el libro*”, más lejano a ellos. Las primeras son respuestas a preguntas producidas por los propios alumnos. Las otras intentan responder a algo que está ahí afuera, es del autor del texto, es escogida por la profesora pero se la vive de otro modo. Pareciera que, para María, la potencialidad de la modelización en acción no reside sólo en que el alumno incorpora nuevos contenidos no pensados por los diseñadores de documentos curriculares oficiales, para primer año, después de todo eso también lo puede hacer ella. La auténtica potencialidad reside en la atribución de sentido (Bajtín, 1999) a los contenidos y actividades matemáticas por parte de alumnos y profesora cuando ambos colaboran en escenas de modelización en acción.

María acepta que en escenas de modelización en acción cada grupo realice recorridos curriculares particulares, que son acompañados por la profesora, y con ellos emerjan nuevos contenidos. Reconoce que en todo el curso quizás cubrió menos contenidos de lo esperado desde el texto curricular oficial y ensaya algunas explicaciones para ello:

**[M]:** *Ahh, ¿si con esta actividad se pudieron llevar a cabo los contenidos propios de la asignatura? Bueno, yo creo que muchos quedaron sin trabajar pero creo que fue propio por esto mío, por esto de preparar demasiado material para ciertos aspectos para trabajar y dejé otros sin cuidar...*

Pareciera que el material elaborado con mucho esfuerzo por María jugó un doble rol. Por un lado le proveyó el medio para innovar, pensar, actuar de otro modo frente a la matemática pero por otro la profesora percibe que no posibilitó el acceso de contenidos del texto curricular oficial. La explicación para este fenómeno parece relacionarse con una propensión de la profesora a favorecer algunos contenidos o actividades (“*ciertos aspectos*”) por sobre otros. Fenómeno que reconoce como característica personal pero sobre el que tiene control. Control que no tuvo sobre el conjunto de contenidos e ideas que emergieron en escenas de modelización en acción. En este sentido, aunque los trabajos de cada grupo se comunicaron y se socializaron, la profesora lamenta no haber podido recuperar en aquel momento (2004) las producciones de sus alumnos como recursos para incorporar contenidos:



**[M]:** *Después, no tener esta idea que, a través de las cosas que los mismos chicos plantean poder recuperar y enseñar ciertos temas como este que decía de la constante esta <sup>58</sup>. No haberme dado cuenta que algunas de estas ideas podían salir, se podían recuperar. El tema de las ecuaciones, con las ecuaciones que ellos planteaban, fue un tema que lo dejé así, lo pasé de largo cuando un montón de cosas se podrían haber hecho. Qué sé yo, miren la ecuación, la expresión analítica que descubrió tal grupo, si hacemos que  $x$  valga tanto, tanto, qué sé yo, plantear problemas desde ahí, cosas así. Si la raqueta que usa determinada persona es de tantos gramos, ¿cuánto, se estima que puede ser la edad de la persona?, por decir cosas así, no tiene otro significado [son sólo ejemplos, podría haber propuesto cualquier otra cuestión].*

La profunda integración que encierra la propuesta llevada a cabo por María con sus alumnos de primer año representó respuesta y evidencia de que es posible trabajar con modelización con estudiantes jóvenes. Representó también un esfuerzo importante para ella no sólo por la elaboración de actividades pertinentes sino por los espacios de observación e interacción con otros colegas. Sin embargo, el marco de libertad que significaba para María saber que ella sería la profesora de segundo año, contribuyó a sostener su propuesta curricular y decidir sobre los medios con los cuales podría trabajarla.

#### **4.3. Las TIC**

Como ya se ha destacado, la formación de María relacionada con las TIC representó un gran aporte para todo el grupo, brindó seguridad por su actitud de familiaridad para trabajar y pensar con las nuevas tecnologías.

Su trayectoria de interacción con las nuevas tecnologías se inicia al año siguiente de recibida, tomando un curso de BASIC usando computadoras de Microsistemas.

Luego se aproximó a los lenguajes de programación asistiendo a cursos sobre BASIC, Pascal y lenguaje de máquina el cual estudió sola para apoyar el

---

<sup>58</sup> Aquí María se refiere a la constante de proporcionalidad que surgió en un proyecto en el que un grupo de alumnos, a partir de una foto de dos personas paradas al lado de la Torre Eiffel y conociendo la altura de las personas quisieron determinar aproximadamente la altura de la Torre.

trabajo de su esposo. María recuerda que en 1986 compró su primera máquina: una “Talent MSX”<sup>59</sup>. En el año 2000 realizó dos cursos relacionadas con Macromedia: “*Dreamweaver*”, un software para diseñar páginas Web, y “*Flash*” para el diseño de animación de la página. Para esta capacitación, contó con el apoyo económico del colegio en el que se desempeñaba como docente, el mismo en el que realizó la experiencia en el año 2004.

En varias oportunidades, previas a *Experiencia 2004*, había puesto en juego sus conocimientos tecnológicos para sus clases de matemática, sin embargo María percibe que en la experiencia de 2004 no las utilizó tanto como solía hacerlo en otras ocasiones:

**[M]:** *En general ese año [se refiere al año 2004], creo que lo usé menos que otros años, porque como estaba... me parece que yo veía ahí al Graphmatica como la herramienta para usar, entonces me circunscribí a eso. Pero, en otros momentos [se refiere a años anteriores al de Experiencia 2004] hasta hemos usado programas para geometría, para otras cosas. Me parece que al laboratorio de computación los llevaba más. A lo mejor, como también los movilizaba a este laboratorio [se refiere a que durante Experiencia 2004, llevaba a sus alumnos para trabajar en grupos al laboratorio de Ciencias Naturales], a ver...cómo decir, como que ya había otra actividad que los sacaba del aula*

**[E]:** *Este laboratorio, ¿es básicamente el laboratorio de Ciencias Naturales?*

**[M]:** *Este es de Ciencias Naturales, entonces, otras veces he sabido llevarlos más al gabinete de computación*

**[E]:** *Pero, ¿era la primera vez que los traías con tanta frecuencia al de Ciencias Naturales?*

**[M]:** *¿A este? Sí, pero eso está relacionado con esto de la organización, a veces hacía actividades en grupo, una o dos al año tal vez me parecían interesantes...*

Utilizar las computadoras de la escuela significaba un desplazamiento de los alumnos hacía un espacio diferente al aula. Si bien esto hubiese fomentado el trabajo con TIC, la disposición de computadoras y mobiliario en el gabinete de computación del colegio, no favorecían el trabajo grupal. Dado que, la interacción

---

59 La Talent MSX era una computadora con 64Kb. de memoria RAM, ampliable a 576 Kb. Adaptada para trabajar en sistema Pal-N y disponía de 16 colores. Apta para videojuegos y software utilitario, poseía además una excelente performance en el área educativa. En 1986 se comenzaron a producir en la Provincia de San Luis lo que favoreció su distribución en Argentina.

grupales era un factor fundamental para los proyectos de modelización, la profesora privilegió este aspecto sobre el uso de tecnologías. Dadas las características de un trabajo de modelización, quizás pensando en modelos analíticos, la profesora otorgó un lugar particular al *Graphmatica* al cual los alumnos podían acceder desde sus casas o, cuando era necesario, utilizar una computadora instalada en el laboratorio de Ciencias Naturales.

Con el fin de profundizar acerca de la percepción de María respecto al poco uso de las tecnologías para el desarrollo de *Experiencia 2004* en sus clases, le pregunté: *¿Por qué te parece que ese año utilizaste menos lo que es nuevas tecnologías?* María respondió:

**[M]:** *Y, porque a lo mejor el tema de organización también, yo estaba tan preocupada en preparar estos diseños que, otra cosa más... Aunque en una de esas, es justamente esa herramienta que me hubiera ayudado a hacer mejores cosas en la organización. Pienso que puede ser eso, porque preparar una clase para ir a un gabinete tiene... te lleva un tiempo, mucho tiempo, hay que prepararlo más que en el aula, que para el aula...*

A pesar de todo María se permite imaginar el aula en la que le gustaría trabajar:

**[M]:** *...me hubiera gustado que cada chico tuviera, a lo mejor, una calculadora gráfica para que ahí nomás pudiera analizar.*

O quizás poder llevar las actuales computadoras u otros instrumentos a su aula:

**[M]:** *Me gustaría que no fuera tan difícil andar llevando estos artefactos al aula misma [se refiere a la tecnología disponible en aquel momento en el colegio] Hay que tener todo un cuidado de que no se rompan, que terminás diciendo: y bueno, me arreglo con lo que tengo*

Se conjugan dos cuestiones de índole organizativa identificadas por María como condicionantes para el uso de las tecnologías en el ámbito del colegio, una referida a la infraestructura escolar y otra a la propia organización del escenario de modelización para primer año. A pesar de ello, María se permite conjeturar el efecto potenciador que podría haber significado la disponibilidad de cierta tecnología (calculadoras gráficas), tanto para lo organizativo como para el análisis en proceso de modelización de sus alumnos.

En cuanto a la Internet, para María fue el medio que posibilitó en 2004, y sigue posibilitando actualmente, su acceso y el de sus alumnos a materiales e ideas fuera de los libros de textos, a “*material que no es típico*”:

**[M]:** *cuando hay un material o algo que surgió en clase o fruto del diálogo con los chicos y alguna idea interesante y que normalmente no está en los libros, como puede haber sido en su momento lo que era un modelo, lo que era el proceso de modelización, tiendo siempre a usar las indicaciones en Internet para hacerlo, porque veo que es la única forma que pueden recuperar material que no es típico. Y después revisarlo en sus casas. Entonces, aunque no sea sobre temas de modelización tiendo a hacer eso. Toda cosa que haya surgido en el aula que no se pueda recuperar después con lo que ellos tienen, tiendo a preparar material. Por supuesto, también están las limitaciones del tiempo, no puedo hacerlo con todo ¿no?. Pero eso lo empecé a hacer en esa época [2004] y yo creo que ahora quedó...*

Material no típico, representa la materialización textual en versión electrónica de las ideas o conocimientos que se producen en clase como fruto de la interacción del colectivo alumnos-profesor. Tal estilo de trabajo se profundiza en 2004 y se sigue recuperando actualmente. Del mismo modo, y aunque la profesora no lo menciona en entrevista, la información sobre Tetra Pak que utilizó en 2004 para crear sus actividades para clase, la obtuvo de la página oficial de la compañía productora de envases. Tal información es traducida al castellano por María y de la interacción de sus ideas y deseos con tal información, es que se produce luego material didáctico en soporte papel al que se puede calificar también como “*material no típico*”. Tal material termina de tomar forma en interacción vía correo electrónico con las colegas del proyecto. De este modo este material no típico es construido por el colectivo docente-Internet-colegas.

Aunque Internet había sido una fuente importante de recursos para la profesora, en 2004 no tuvo el mismo reconocimiento como medio para acceder a cierto tipo de recursos o información que podrían ser útiles para sus alumnos al trabajar en sus propios proyectos de modelización:

**[M]:** *Sí, sí en aquel momento yo creo que también no vi demasiado Internet como una fuente importante de recursos para buscar material. La veía más como algo, o sea, me hubiera gustado más... o sea datos que trajeran ellos mismos [se refiere a sus alumnos], mediciones, por eso me gustó también lo del semáforo [este fue uno de los temas de modelización*

*en acción]. Había una actividad experimental ahí atrás. Ese de la semilla de soja [otro tema de modelización en acción], aunque era un desastre el experimento en sí, pero por lo menos eran datos propios y en ese momento no la vi a [Internet]... Y me pasaba lo mismo cuando leía artículos que decían de Internet como herramienta también y no, no me gustaba esa idea pero, sí era una fuente importante de ideas y de datos por supuesto. Lo que pasa es que lo que veía era que los datos ahí estaban dados y, ahora, lo que yo hacía era armar una tabla, un gráfico y sacar algunas conclusiones a partir de datos. Creo que me parecía más importante que el dato fuera propio, propio, que, como que sacar de ahí el dato era nada más como verifica... verificar un modelo ya casi hecho digamos...*

En 2004 María estaba inmersa en un escenario de modelización en el que su propuesta curricular se centraba en el proceso de modelización como eje que articulaba. En el proceso de modelización trabajado en aula y descrito en el Capítulo II, el subproceso de experimentación adquirió para ella un valor particular tanto en instancia del trabajo colectivo en el tema de los envases como para los proyectos grupales. El valor otorgado a la experimentación es tal que, se convierte en el criterio a partir del cual se habilita o no la participación de Internet al aula. Cabe preguntarse, ¿qué aspectos tenía en consideración María para otorgar este lugar al subproceso de experimentación?:

**[E]:** *O sea, veías la actividad de experimentación como una actividad fundamental y necesaria para generar un modelo... del proceso de modelización.*

**[M]:** *Porque si no, me parecía que entrabas nada más que en un proceso de representación de datos o sea, si bien era un modelo era como una traducción, parece que eso era.*

**[E]:** *¿Eso te parece?*

**[M]:** *Sí, y ahí me parece que se subestimaba toda actividad de búsqueda de información*

**[E]:** *O sea, un conjunto de datos ya contruidos por un experimento... por otro y yo los tomaba*

**[M]:** *Los tomaba... o la gráfica... o sea como una traducción, que en el dato mismo ya está el modelo me parecía, una cosa, mmm, algo así,...*

Para María en los propios datos se encuentra el modelo y por eso dedicó su esfuerzo en generar, con sus alumnos, datos originales y con ello modelos originales. Sin embargo, pareciera que distanciarse del escenario montado en 2004 le permitió reconocer que el acceso a datos no generados por experimentación directa, por ejemplo ofrecidos en Internet, es un hecho con potencialidad para el trabajo con modelización:

**[E]:** *¿Y ahora te parece que se puede?*

**[M]:** *Puede dar lugar a otras actividades que son importantes dentro del mismo proceso...representémoslos, validemos con otros datos y saquemos algunas conclusiones con eso. Son habilidades que son necesarias digamos*

Es importante destacar su mirada de revalorización de los datos generados por otros y disponibles por ejemplo en Internet como así también ese cambio implica cambio de actividades dentro del proceso de modelización.

La visión de María respecto al subproceso de experimentación no fue el único factor que limitó la participación de las TIC en sus clases, el terreno en que María monta su escenario también influyó. Las características de las aulas, lugar habitual de trabajo de María y terreno en el que se monta un escenario de modelización para primer año, significaron cambios y grandes demandas para la profesora, como ya se puso de manifiesto. Las modificaciones y exigencias de un escenario en el que se privilegió el trabajo grupal y la experimentación como condiciones necesarias para la modelización, jugaron un rol fundamental para que María no pudiese trabajar con nuevas tecnología con los alumnos de un modo más intensivo o con otros sentidos. Sin embargo, en la entrevista abre un proceso de reflexión sobre lo ocurrido y reconoce actividades que se podrían haber enriquecido con las TIC o se permite imaginar un aula en la que los alumnos pudiesen contar con su propia calculadora gráfica e interactuar con ellas para analizar los datos generados por experimentación. Una interacción que quizás hubiese potenciado el trabajo de modelización. Un trabajo planteado bajo condiciones grupales como condición esencial en aquel terreno, limitó el acceso a las TICs pero abrió interacciones alumnos-alumnos o alumnos-docente fuera del aula en un nuevo espacio al cual pronto todos se adaptaron.

## 4.4. Las Relaciones Interpersonales

### 4.4.1. Interrelación Docente-Alumnos

Montar un escenario de modelización no sólo significó desafío y demanda para María. También implicó jugar un rol diferente como profesora, a tal punto que llegó a sentirse extraña en relación a sus alumnos de entonces: “*Y, con los chicos, no sé, lo que más rescato es mi relación después [posterior a *Experiencia 2004*] con los chicos. En ese momento me veía un tanto extraña*”. María reconoce que sucedía algo nuevo, distinto en aquel escenario, una práctica a la que no estaba acostumbrada: “*nunca había propuesto a un grupo de chicos cosas así tan abiertas*”. Al abrir el nuevo escenario pedagógico, cambia su rol y el de sus alumnos y cambia también la propia matemática que se pone en juego en el curso. Esto provoca extrañeza a María respecto de ella misma como profesora ya conocida, reconocida y con trayectoria en su institución. Luego, también le produjo temor o inseguridad frente a sus alumnos e institución: “*...un poco con miedo a la institución, miedo al tipo de chicos*”.

María reconoce el temor sentido durante la puesta en aula. En esta sensación de inseguridad, los padres de los alumnos jugaron un rol importante en ampliarla, sin embargo, el logro de concretar su puesta en aula le darían la confianza y seguridad suficiente para superar sus temores.

Además de la extrañeza y el temor, María especifica un aspecto de su interrelación con los grupos que le produjo un cierto grado de incomodidad respecto a ella misma:

**[E]:** *¿Cómo te parece que manejaste las demandas de cada grupo respecto a la ayuda, el apoyo, a la escucha?*

**[M]:** *... me molestaba un poco que hubiera ciertos temas que me atraían y otros que no, y no sé si no se notaba como que a ciertos temas les veía futuro...*

Lo que producía contrariedad a María era no poder controlar su subjetividad relativa a los temas elegidos o al momento de apoyar y seguir las propuestas de los grupos. Sin embargo, este hecho no fue notado por mí como observadora de sus interacciones con los alumnos en instancias del trabajo en aula. Al preguntarle

acerca de lo que ella percibía como siendo un tema con futuro o proyección, responde:

**[M]:** *Posiblemente porque había visto otros trabajos relacionados con esos temas de contenidos matemáticos formal. Por ejemplo, yo había, con respecto a los semáforos [tema de uno de los grupos] yo había visto un trabajo, con un planteo parecido [al problema planteado por el grupo] donde lo que se podía hacer con eso era interesante matemáticamente eso... Después, ¿qué otro? El de la raqueta [trabajo descrito en el Capítulo IV] a mí me gustó la forma en que reconocieron ciertas variables para trabajar y cómo ellos se ajustaron a lo que habíamos hecho en clase, la construcción de tablas, que usaran el Graphmatica, y esas cosas...*

La profesora consideraba como temas con futuro a aquellos que de algún modo se ajustaban a lo trabajado en clase y al sentido atribuido al proceso de modelización; a aquellos temas a los cuales ella misma podía encontrarles un sentido acorde a lo planificado para ser enseñado, a sus propios conocimientos y expectativas en relación a la enseñanza de la matemática. Este criterio le permitió, después de la experiencia del 2004, reconocer potencialidad en trabajos a los que en su momento no pudo verle “futuro”:

**[M]:** *Uno que no me atrajo desde un principio pero después le vi futuro como para trabajarlo y recuperarlo en clase, era el de la Torre Eiffel [ya se describió brevemente este trabajo en la sección 4.2.3.2 del Capítulo IV]*

De un modo u otro los cambios importantes que significó el nuevo escenario pedagógico para primer año, produjo inestabilidad a María, hecho que ella reguló con la seguridad que le otorgaban lo conocido, la anticipación y sus propias expectativas. Todo ello fue mediando la interacción con sus alumnos.

#### **4.4.2. Interrelaciones Docente-Docentes y Nuevas Interrelaciones**

En el escenario de modelización montado por María jugaron un importante rol sus interrelaciones con colegas del proyecto o fuera del mismo, su institución y los padres de sus alumnos.

Como ya se ha puesto de manifiesto, las profesoras del Ciclo de Especialización postulaban que no era una decisión acertada trabajar con primer año, sin embargo, la profesora del Ciclo Básico (María), tomó esto como un desafío



sabiendo que en segundo año podría, de algún modo, resolver los problemas que pudiesen aparecer.

A partir de su experiencia con primer año María obtuvo respuestas para ella y otros colegas respecto a la factibilidad de trabajar con alumnos de primer año. Al preguntarle por qué creía que había surgido su diferencia de visión con sus colegas ella encuentra su explicación:

**[M]:** *Y, la formación, ... el haber trabajado siempre con cursos superiores, si alguna vez trabajaron en inferiores me parece que esa parte [el trabajo con el CE] dominaba su forma de [Pausa], me parece que puede ser eso, no creo que haya sido otra cosa, no, no*

El desafío tomado por María la impulsa a montar el escenario de modelización en el cual luego sentirá algo de extrañeza y temor no sólo ante sus alumnos y la institución sino y quizás principalmente a posibles visiones de los padres de sus alumnos en relación a su nueva práctica en el aula:

**[M]:** *...yo creo que le tenía más miedo a los padres, como que podrían decir esto no es Matemática no le están enseñando Matemática. Están haciendo cositas.*

Sin embargo, al distanciarse de la experiencia, logra recuperar otras miradas sobre lo ocurrido, los alumnos, los padres, la institución y fundamentalmente sobre ella misma:

**[M]:** *...pero después de ese año sí me animé, y también creo que la institución ha ido cambiando un poco y hay mayor apertura y ha recibido esta propuesta y los chicos también y los padres*

**[E]:** *Cuando vos decís después, estás diciendo...*

**[M]:** *Después del 2004, de ahí en adelante, ya ahí me liberé, como diciendo bueno, si alguien me plantea esto [se refiere a que alguien pueda interpretar que no era matemática lo que hacía] tengo como justificarlo, tengo todo el marco atrás. Como esa madre que vino a decir que usábamos de conejillos de indias a su hijo, pude decirle por qué no, después.*

Luego de tal experiencia María es otra, puede mirar diferente su lugar de trabajo y su propia práctica. Ahora cuenta con otras visiones, con recursos para sostenerse que le permiten reconsiderar algunos de sus posicionamientos.

**[M]:** *Bueno a mí los [proyectos] de fútbol yo era media reacia [sonríe], era media reacia a ayudar esos...*

En la crítica a su visión, María admite el aporte que tuvo la interacción con otro profesor de su colegio ya en 2004, para rever su posición que manifiesta un cierto prejuicio.

**[M]:**...sin embargo, cuando yo después le mostré a otro profesor, que es de educación física, ese trabajo [en instancia de modelización en acción y relacionado con campeonatos de fútbol], él vio un montón de variables ahí para trabajar [...] mirá como este profesor le puede sacar montones de datos de esto que yo no los vi y lo subestimé.

**[E]:** Claro acá aparece el aspecto de lo interdisciplinar en el trabajo de modelización.

**[M]:** Claro, por ejemplo me decía: sí, eso es cierto si se mantiene constante el entrenador, eso es cierto, si se mantiene esta variable, si se [Pausa] Y él hasta me lo decía como variable! ...bueno, no hay que subestimar [se ríe]. A veces se para y uno mira a los otros... bueno, eso fue interesante ... éticamente también

María rescata el conocimiento del profesor de educación física como experto que posibilita una comprensión del problema estudiado por sus alumnos y reconoce cómo algunas veces el propio posicionamiento del profesor de matemática puede afectar el trabajo de sus alumnos o la consideración hacia otros colegas.

Su interacción con dos ayudantes de laboratorio del colegio fueron fundamentales para la apropiación del nuevo espacio que significó el laboratorio de Ciencias Naturales. Lugar que María privilegió para sus interacciones con los grupos de alumnos de primer año.

Para María se hace evidente una diferencia entre el inicio y el final de la experiencia innovadora. El temor del inicio hacia la institución se transforma en reconocimiento del apoyo recibido, ese apoyo que siempre tuvo:

**[M]:**...con los directivos, bueno están los problemas de todas las instituciones de por medio, estuvieron ¿no es cierto? , pero bueno,[...] han sido bastante abiertos a lo que uno ha hecho y cuando han podido han tratado de darle importancia [al proyecto], han hecho lo que han podido con los esquemas que nos manejamos...,

**[E]:** De hecho esta es la institución que prestó el espacio para la reunión con los alumnos de los tres colegios.

**[M]:** Sí, sí, y lo resaltaron después cada vez que pudieron pero bueno, sí, con respecto a eso uno siempre quiere más pero no, no era para quejarse de lo que ellos pudieron hacer

Después del 2004 María tuvo los recursos, las evidencias, el soporte para recuperar los aportes que realizó su institución para el proyecto al montar su escenario de modelización. Escenario del que emergió distinta y en el que también sintió algo de estrés ante las observaciones de la responsable del proyecto.

#### 4.4.3. Interrelaciones Docente-Responsable

Cuando María comienza a recordar algunos espacios de interacción con la responsable del proyecto, tales como sus observaciones de clases o sugerencias sobre los materiales construidos por ella, los recuerda como estresantes. Sin embargo, luego reconoce que para ella también fueron productivos, la interacción “*tuvo sus frutos*”:

**[M]:**...*si bien la presencia tuya era, o exigía que todo fuera sistemático que no se dejara pasar nada, las ayudas que vos brindabas para mejorar el material eran pertinentes y creo que aceptadas...*

Cabe destacar que la responsable no advirtió que en el 2004 María percibía de ese modo sus interacciones. Sí había algo que ambas compartían y era la falta de tiempo, luego de finalizadas las observaciones, para poder discutir sobre lo ocurrido en clase. El terreno de nuevo hacía recordar las limitaciones. En este sentido María señala:

**[M]:** *una cosa que lamento es no haber tenido la posibilidad de que después de que vos observaras, tener un rato con vos, y creo que ahí se perdían un montón de cosas porque yo ya después no podía anotar, no podía recuperar, nada. Me hubiera gustado tener aunque sea media hora, después de cada clase*

María requería espacios de devolución inmediatos, “*ahí, instantáneos, para que no se me olvide anotar cosas [comentarios de la responsable]*” y se lamenta que las condiciones de la organización del trabajo escolar lo impidiesen:

**[M]:** ... *tenía que ir a otra aula y no, no lo podía hacer. Cuando ya lo hacía quedaba totalmente fuera de momento y lugar... Eso sí es una cosa que lamenté.*

Aunque varias veces se intentaron realizar estas devoluciones no fue posible sostenerlas por la urgencia de la clase inmediata y las altas demandas de tiempo de

trabajo de la profesora y la responsable. Queda esta inquietud como necesaria para próximas interacciones.

La siguiente cita sintetiza muy bien la naturaleza de la interacción entre María y la responsable:

**[M]:** *en interacciones con vos... [lo dice en voz baja con gesto como buscando en su memoria]. No, pero en general no, con vos no fueron problemáticas, al contrario, eran bienvenidas, desafiantes, y como todo desafío provoca choques.*

Como lo dice María, los desafíos que se generaron a lo largo de *Experiencia 2004* significaron también choques, pues en las interacciones siempre se encuentran diferentes personas, diferentes sentidos, diferentes modos de mirar y vivir el mundo. Sin embargo y a pesar de los problemas o temores que pueden generar tales choques, para María el encuentro terminó con aportes y miradas nuevas, distintas respecto de las suyas y de su práctica.

#### **4.5. A Modo de Cierre**

La trayectoria de desarrollo profesional de María presenta un recorrido en el que se reconocen momentos de experiencias alejadas de su práctica habitual de aula y momentos en que las experiencias estuvieron más próximas a su práctica docente. Experiencias en que sus colegas o profesores jugaron un rol importante.

En su lugar de trabajo familiar una colega que la conocía bien, con un anuncio “la invita a tomar un desafío”, el cual es aceptado por María y le permite iniciar una experiencia en un lugar muy lejano, Japón, en una cultura muy diferente a la nuestra, con otros contextos educativo. En ese espacio se apropia de otro idioma bien distinto al nuestro, se aproxima a la educación matemática académica, muestra que puede producir también en matemática y se comunica con profesores y alumnos. No le cupo a ella tomar decisiones sobre varios de los cursos o actividades a realizar, sin embargo ella las aceptó y con ellas se transforma. La profesora que regresa ya no es la misma que partió, esa experiencia le permite hoy mirar a sus alumnos y a ella misma con más posibilidades de las que algunos pueden reconocer:

[M]:...me hacen reaccionar cuando se enuncian ciertas conductas humanas como “absolutas” cuando he visto que tienen un fuerte sentido cultural. Por ejemplo, escuchar en reuniones de profesores decir: “los alumnos no pueden”, cuando en otro lugar del mundo he visto que “sí pueden”. No tener miedo a ciertos desafíos en este contexto, pues cuando estuve en aquél otro, totalmente extraño, pude enfrentarlos sin problemas... (María, en proceso de contrastación, 2010).

Regresó y diversificó su práctica como docente al trabajar en un Instituto de Formación Docente o participar en diseños curriculares para la provincia de Córdoba. Sin embargo al final prefirió concentrar sus actividades profesionales en sus clases para primero y segundo año. Alumnos con los que puso en juego sus conocimientos con nuevas tecnologías. Fueron las TIC las que le permitieron alejarse nuevamente del aula, pero esta vez de un modo virtual, para acercarse a la Universidad de Exeter, escribir y comunicar ideas en otro idioma, interactuar con las visiones filosóficas producidas por Paul Ernest, reconocido educador matemático británico. Tales visiones luego le posibilitarían realizar aportes para el proyecto con el que se gesta *Experiencia 2004*.

Esta experiencia es creada para sus alumnos por María junto a otras colegas y con una fuerte impronta de las TIC. Es vivida con los estudiantes en el aula. Es una experiencia que nace, como su viaje a Japón, como respuesta a un desafío que ella toma, que le produjo quizás algo de temor, pero de la que sale transformada, con argumentos para sostenerla, con evidencias para mostrar de nuevo que esa experiencia era posible, era para ella, era para esa María que sostuvo y acompañó al grupo de colegas con nuestra falta de confianza ante las TIC.

Luego de *Experiencia 2004*, María continuó buscando caminos y alternativas para su desarrollo. Se acercó a un grupo de investigación de FaMAF, participó de un proyecto de investigación, ha publicado<sup>60</sup> una traducción autorizada de Blomhoj (2004) y es coautora de un artículo<sup>61</sup> recientemente publicado en el que se recuperan ejemplos de sus alumnos del 2004. Al inicio de 2010 ella prefirió dejar este espacio de interacción.

---

<sup>60</sup> Publicado en *Revista de Educación Matemática* (2008), Vol 23 N° 2

<sup>61</sup> Villarrea M.; Esteley, C. & Mina, M. (2010). Modeling empowered by information and communication technologies. *ZDM The International Journal of Mathematic Education* 42: 405-419.

Hoy María sigue trabajando con alumnos del CBU, como viene haciéndolo desde siempre: *“yo he trabajado siempre en este nivel peleando con un chico que es casi de primario”*. Los profesores que trabajan en primero y segundo año podrán entender la naturaleza de la pelea a la que hace referencia María. El trabajo, sobre todo con alumnos de primer año, coloca al profesor de matemática, en una práctica tensada entre lo concreto y lo abstracto, entre el ser maestra y profesora, entre la protección y la autonomía, entre lo que se asume que el alumno no puede por ser niño y lo que se le exige como estudiantes del nivel secundario. Con esos alumnos del CBU, hoy María pone en juego los conocimientos construidos en los espacios tan diversos por los que transcurrió su formación y desarrollo profesional. Hoy interactúa con colegas de su escuela la cual también resultó ser para ella, la escuela que supo cómo habitar, escuela que supo cómo cobijarla.

## **5. Discusión**

Como se evidencia en las transcripciones de los recortes de las entrevistas a las profesoras, en escenarios de modelización, sus voces, sus enunciaciones, hablan de currículum, TIC y relaciones interpersonales de un modo integrado generando un entramado donde, casi siempre, la alusión a una de estas nociones lleva a las otras. Esto es así pues los enunciados reflejan los ámbitos de actividades al poner en evidencia los contenidos y estilos propios de cada una de las profesoras ya que la vida participa del lenguaje a través de los enunciados (Bajtín, 1999). Los ámbitos de actividades de las profesoras y sus prácticas docentes se caracterizan por la complejidad. Es así que, es difícil separar la práctica de los terrenos en que se producen, de las decisiones curriculares, de las tecnologías que se seleccionan para construir conocimientos y de las relaciones interpersonales. Escenarios y actividades, conocimiento, prácticas y medios se constituyen dialécticamente (Lave, 1988; Borba & Villarreal, 2005). Todo ello interviene en los ámbitos de actividades de las profesoras confiriéndole especificidad a los correspondientes ámbitos de comunicación (Bajtín, 1999).

Es así que, del mismo modo que resultó difícil decidir en qué categoría (Currículum, TIC o Relaciones Interpersonales) colocar las palabras de las profesoras en cada caso, resulta dificultoso discutir sobre los sentidos atribuidos a

cada noción sin traer las otras. De hecho, si así lo hiciera, me alejaría de los auténticos sentidos. Si bien en la discusión me detendré en cada una de las categorías, no cerraré la entrada a las otras.

De la lectura y análisis de las voces de las profesoras podría señalar que el entramado constituido por las tres nociones presentes en sus voces se podría materializar en las siguientes afirmaciones:

- El currículum es situado e integra contenidos, sentidos y voces.
- Las TIC emergen como respuestas a nuevas actividades y, las interacciones con ellas permiten la emergencia de nuevos conocimientos y otras prácticas.
- Las relaciones interpersonales surgen como condición necesaria para sostener el escenario.

En lo que sigue, trato de ofrecer evidencias que permitan sostener mi enunciación.

### **5.1. El Currículum es Situado e Integra Contenidos, Sentidos y Voces**

Las voces de las profesoras, referidas al currículum en escenario de modelización, hablan de un texto curricular maleable, que profesoras y alumnos fueron construyendo dialógicamente. Texto que se fue constituyendo día a día y que, en escenas de modelización en acción, se configuró con singularidades en cada grupo de trabajo. Tales singularidades se vinculan con: **a)** las elecciones de los alumnos en cuanto a temas a estudiar y modos de tratarlos; **b)** las regulaciones de las profesoras en cuanto a sus propias posibilidades de acompañar a los alumnos y a los actores humanos o no-humanos a los que invitan a participar o a los que es posible acceder; y **c)** las condiciones que ofrecen las instituciones o los terrenos sobre los que se montan los escenarios. En los enunciados de las tres profesoras, el currículum se manifestó como ente vital, en el que los contenidos a enseñar, en escenas de modelización colectiva, fueron seleccionados por las profesoras guardando algunas coherencias con el texto curricular oficial, mientras que en escenas de modelización en acción, los contenidos no se seleccionaron previamente sino que emergieron como respuestas a problemas de los alumnos. Estos

contenidos no seleccionados emergen con tanta vitalidad que no siempre es factible recuperarlos inmediatamente e institucionalizarlos. Isabel fue reconociendo que ello sucedía pero pensó en recuperarlos en sexto año, por ejemplo al comentar el problema de las mareas indica que hubiera “*estado muy bueno en sexto año, a partir de esas aproximaciones trigonométricas, ponerse a estudiar con más detalles, estas variaciones*” (Protocolo de Entrevista a Isabel). Analía, al referirse al trabajo de un grupo dice: “... *no lo pudimos generalizar* [comunicarlo a todo el grupo e institucionalizarlo] *me parece riquísimo pero lo trabajamos nada más que con ese grupo*” (Protocolo de Entrevista a Analía). María varias veces dijo que le inquietaba no haber podido tomar las ideas y conocimientos creados por los grupos para dar ejemplos o problematizar, no haber tenido la “*idea que, a través de las cosas que los mismos chicos planteaban recuperarlas y enseñar ciertos temas*”. Estos hechos no implicaron procesos azarosos de inclusión y exclusión de contenidos sino que estuvieron regulados por ciertos criterios de selección (Alterman, 2009). Los criterios que demarcaron el límite entre lo valioso o no de ser incluido y configurar el “*currículum vivido*”, se movieron entre el sentido atribuido por las profesoras al proceso de modelización matemática y las atribuciones de sentido de los propios alumnos respecto de esos contenidos en relación con sus problemas y los medios con los que pudieron interactuar. En el curso de Isabel la trigonometría se hizo presente en el problema de las mareas por la interacción de las alumnas con el software *Graphmatica*. Analía, logra introducir la noción de logaritmo en un marco de falta de disponibilidad de tiempo y recursos, por medio de la calculadora. En el caso de María, el grupo que se focalizó en las raquetas trabajó con el *Graphmatica* y propone como modelo que da respuesta al problema planteado, una función definida por partes. En todos los casos el contraste con la realidad se incluyó como modo para validar las producciones matemáticas. Estos criterios puestos en juego en la selección de contenidos, produjeron tensión entre lo incluido y lo excluido: entre lo incluido pero no anticipado y lo familiar (factible de anticipar) excluido; entre lo incluido legitimado por el sustento del proyecto y lo excluido legitimado por la academia. Esta tensión produjo inseguridad. En el caso de Isabel preocupación de no poder dar los contenidos con la profundidad que solía hacerlo. En el caso de Analía inquietud ante la proximidad del ingreso de sus alumnos a la Universidad. En el caso de María desasosiego ante las miradas de los padres de sus alumnos sobre la matemática que proponía.



En las voces de las profesoras, puestas de manifiesto en este capítulo o en la narración de *Experiencia 2004*, también es posible identificar que el proceso de modelización actuó como eje que integró las actividades y articuló la organización de los contenidos. La puesta en aula en 2004 de la modelización matemática fue una propuesta curricular que no sólo integró al interior de la matemática sino que también integró la matemática con problemas tomados de la realidad y por lo tanto con otras áreas de conocimiento o práctica. De este modo, la modelización matemática, como propuesta integradora se vincula no sólo con la organizar de contenidos sino también con otros tipos de organizaciones escolares. Es así que, para garantizar la puesta en marcha de una propuesta integradora, requiere de ciertas condiciones institucionales. Por ejemplo, es importante que la institución se organice con el fin de: proveer los recursos humanos y no-humanos necesarios, habilitar instancias de interacción con los colegas que preceden o anteceden al proyecto y contribuir con la distribución de los espacios que se adecuen a nuevos criterios de agrupamiento de los alumnos (Alterman, 2008, 2009). Resolver estos aspectos organizativos no es tarea sencilla, no sólo por cuestiones administrativas, sino por la existencia de ciertas tradiciones de organización escolar vinculadas con las prácticas escolares. La mayoría de las profesoras están inmersas en prácticas en las que el currículum fragmenta el conocimiento lo cual, genera prácticas de enseñanza fragmentadas y aislamiento entre docentes. Este hecho es reconocido por varios autores y es considerado como uno de los principales obstáculos al momento de implementar una práctica curricular integrada (Alterman, 2008).

Todos estos aspectos se hicieron evidentes en las voces de las profesoras en las entrevistas o a lo largo de *Experiencia 2004*. Las voces de las profesoras al momento de optar por curso y los modos de planificar la experiencia son respuestas que se anticipan a los obstáculos que se evidencian en prácticas curriculares integradas. En el caso de Isabel y Analía, ambas deciden iniciar el año adecuándose al programa del texto curricular oficial como modo de negociar con sus instituciones. Respecto al curso seleccionado, Isabel decide trabajar con quinto año, constituido por un grupo de alumnas que ya conoce, lo que produce cierto grado de seguridad pero, tan importante como eso es que ella también sería la profesora de sexto año. Por lo tanto, ella podría recuperar lo hecho el año anterior con la misma intención pedagógica o podría resolver algunas posibles ausencias respecto al texto curricular oficial para quinto año. Este aspecto estaba resuelto en su caso. Ella ya conocería

las fortalezas, las ausencias o problemas y, en función de eso, planificaría para sexto año. Este hecho se percibe en su voz que proyecta e imagina un sexto año en el que de nuevo otorgaría protagonismo a sus alumnas: *“Lo que yo iba pensando a lo largo del año cuando iban surgiendo los problemas pensados por las chicas, era que esto, después de un año, [Pausa] es como que, a los problemas que fueron presentando las alumnas, después había que sacarle el jugo a cada uno de ellos...”* (Protocolo de Entrevista a Isabel). En el caso de Analía, también decide trabajar con alumnos de quinto año ya conocidos lo cual aportaba confianza. Sin embargo, ella no sólo no sería la profesora de sexto año sino que además conocía las pocas posibilidades de maleabilidad de horarios y organización en su terreno. La poca maleabilidad no se producía porque hubiese mala disposición sino porque es muy difícil acomodar los daderos de horarios de profesores cuando estos deben trabajar en varias escuelas para reunir las 30 horas semanales que aseguren un salario medianamente digno. Esta organización, se hizo sentir en la integración propuesta y si bien ese hecho produjo sensación de soledad y tensión en la profesora, la interacción de Analía con las colegas del proyecto y saber que todas tenían algún conflicto sin resolver, ofreció el marco de organización necesario para continuar. En el caso de María, ella prefirió tomar el desafío de trabajar todo el curso bajo una práctica integradora pues ello daba respuesta a su búsqueda de coherencia entre los supuestos epistemológicos y los didácticos. Pero además, su institución le daba la libertad y el respaldo organizativo para hacerlo. Respecto al curso, saber que ella debería negociar sólo con ella misma si tomaba primer año, jugó un rol importante: *“Si yo hubiera tenido una profesora que me siguiera [en el curso siguiente], en una de esas me tendría que haber posicionado distinto”* (Protocolo de Entrevista a María). Así como el proceso de modelización jugó un rol importante en la selección de contenidos y como idea relacional para la organización del currículum, tal proceso tuvo también relevancia en los procesos de secuenciación de los contenidos.

En escenas de modelización colectiva, los contenidos se secuenciaron acorde a la complejidad de los problemas tratados y la construcción progresiva de los modelos o las aplicaciones propuestas. En escenas de modelización en acción la secuenciación vino mediada fuertemente por la búsqueda de respuestas a problemas o cuestiones cada vez más específicas y las contribuciones de los expertos en el tema estudiado. Por ejemplo, en el caso de Isabel, la profesora de

biología de su colegio contribuyó con ideas de probabilidad al tratar cuestiones genéticas<sup>62</sup>. En el caso de Analía, un agente inmobiliario o una empleada bancaria aportaron sus informaciones y un grupo debió hacer un análisis más cuidadoso de la relación entre las funciones exponencial y logaritmo. En el caso de María un profesor de tenis contribuyó a delimitar variables, encontrar información relevante para que un grupo de alumnos se aproximara a una función por partes.

En escenarios de modelización las voces de las profesoras revelan al currículum como una construcción organizada alrededor de los procesos de modelización matemática y atravesada por relaciones interpersonales y tecnologías. Habilitar la voz del estudiante para la construcción del currículum juega como criterio en la selección y secuenciación de los contenidos. La tensión inclusión-exclusión es resuelta dialógicamente entre docente y alumnos ya que, esos contenidos, emergen como respuestas a los problemas propuestos por los grupos o la profesora. En ese sentido los contenidos se terminan seleccionando, organizando y secuenciando alrededor de los problemas más o menos complejos formulados por los estudiantes. El criterio que regula entonces, es la búsqueda de explicación y comprensión sobre los problemas relacionados con el mundo e intereses de los estudiantes. Es importante señalar que la comprensión no se limita a establecer relaciones causales simples. En todo caso, si al proponer un modelo se escogen sólo dos variables para relacionar, esa restricción proviene de un análisis de la situación estudiada que lleva a fijar condiciones o hipótesis de trabajo por cuestiones de simplicidad matemática. Sin embargo, no se deja de reconocer que la realidad que se intenta modelizar es compleja y debe ser mirada interdisciplinariamente. En este aspecto, el alumno es reconocido como sujeto activo que, actuando interactivamente con otros sujetos y medios se apropia de los saberes.

## **5.2. Las TIC como Respuestas a Nuevas Actividades y la Emergencia de Nuevos Conocimientos y Prácticas**

En la narrativa de *Experiencia 2004* se discuten algunas diferencias entre las profesoras respecto a sus relaciones con las nuevas tecnologías al comienzo de la

---

<sup>62</sup> Ver el listado de temas para quinto año de ciencias naturales presentados en la sección 4.2.5.1 del Capítulo IV.

experiencia. En las secciones 2, 3 y 4 de este capítulo tales diferencias de relaciones se pueden comprender al vincularlas con las actividades que acompañaron las trayectorias de formación de cada una de ellas. Isabel y Analía fueron interactuando con las TIC, durante sus trayectorias, de modo tal que las actividades que las acompañaron no plantearon preguntas, para las cuales, las nuevas tecnologías representarían respuestas. Dicho de otro modo, pudieron recorrer sus caminos sin ellas o al menos sin un fuerte énfasis en las nuevas tecnologías. Por ejemplo, en el caso de Isabel, en su momento, un software de geometría dinámica le ofreció un espacio para la enseñanza de la geometría y lo valorizó. Sin embargo, las restricciones para acceder en sus horarios de clases al laboratorio de computación, producto del uso masivo de dicho espacio, dificultó su uso en el colegio. Para ambas, Isabel y Analía, las calculadoras científicas eran y son un medio para pensar o para verificar, tal como se puso de manifiesto en la construcción del modelo de la dinámica poblacional de abejas que ellas realizaron y que se discutió en la sección 4.2.2 del Capítulo IV y en los casos en que los utilizaron con sus alumnos. Pareciera en cambio que durante su trayectoria de formación, María se fue involucrando con actividades, relacionadas o no con la docencia, en las que encontró interrogantes para los cuales las nuevas tecnologías fueron respuestas. Además, sus interrogantes fueron creciendo junto con ella y con las tecnologías. María pasó de interactuar con “*su Talent*” a diseñar páginas web con sus alumnos.

A pesar de las diferencias de relaciones con las nuevas tecnologías, *Experiencia 2004*, significó cambios en esas relaciones para las tres profesoras. En *Experiencia 2004*, cambió el currículum, cambiaron las actividades para el aula, cambiaron las interacciones y cambiaron los medios.

La práctica curricular fue integrada y el conocimiento que se puso en juego fue dando respuestas a problemas creados en el contexto del aula. Las actividades de modelización ampliaron las dimensiones del aula, el sentido atribuido a “aula”. El aula dejó de ser sólo el espacio cotidiano de los bancos y el pizarrón. Aulas fueron también los laboratorios, el pasillo, la biblioteca, una inmobiliaria, la casa, otros

espacios<sup>63</sup>. A las nuevas aulas entraron afiches, fibrones o cajas con cuerpos de maderas. Computadoras de los propios alumnos en sus casas y de los colegios en los casos que fueron posibles. Las interacciones entre alumnos, profesoras y conocimiento no fueron las mismas de siempre, se validaba contrastando con la realidad, no siempre había modelos conocidos para aplicar, el conocimiento se fue construyendo en clase y no era fácil encontrar un texto que lo presentara en el modo que el colectivo alumnos-profesores-medios lo había organizado.

En el caso de Isabel, el cambio de producción de conocimiento por parte de sus alumnas en el nuevo escenario en interacción con el software *Graphmatica*, es tan profundo que “*desestructura*”, desorganiza la matemática ya organizada por otros y presente en los textos, “*las cosas no suceden como se presentan en un libro de texto*”. Esta nueva organización implica emergencia de nuevo conocimiento, por ejemplo en el caso del grupo que estudió las mareas, el colectivo profesora-alumnas-*Graphmatica* produce la emergencia de funciones trigonométricas, conocimiento nuevo para sus alumnas, pero también conocimiento nuevo para Isabel: “*este uso del Graphmatica me parece que no se puede llegar a comprender bien si vos no haces modelización*”. Para Isabel trabajar con *Graphmatica* en escenario de modelización es tan distinto que luego es difícil comunicar el sentido atribuido a la interacción software-producción de conocimiento a quien no ha transitado por un escenario de modelización. Esto es, el sentido que se atribuye al uso de tecnologías en aula depende del escenario pedagógico. En el caso de Analía, si bien su trabajo en aula con nuevas tecnologías estuvo restringido por las condiciones de organización escolar, sus nuevas interacciones con las colegas vía correo electrónico, le posibilitan reconocer potencial a esta herramienta para la enseñanza. Para la profesora, en escenario de modelización “*el formato de la hora cátedra... no ayuda mucho*” y eso produce tensión, sin embargo, el correo electrónico, es proyectado como medio que podría disminuir esa tensión y ayuda a

---

63 Como ejemplo de otros espacios puedo citar el caso de los alumnos que presentaron el problema de la raqueta de tenis quienes se inspiraron mientras jugaban para seleccionar el problema y luego el padre de unos de ellos los guío para buscar datos. Otro ejemplo es el de las mareas, las alumnas que llevaron adelante este estudio se inspiraron en su viaje de estudio a Península Valdez, Las Grutas y Puerto Madryn. Este viaje forma parte de un proyecto del área de ciencias naturales del colegio. En ese viaje, no sólo decidieron por el problema a estudiar sino que además consultaron con sus profesoras y guías para obtener los datos necesarios. Lo mismo ocurrió con el tema sobre las Ballenas Francas Australes que sus alumnas estudiaron luego de avistarlas en Península Valdez.

imaginar otra organización de sus clases con cuatro horas en lugar de tres pero, dejando “... *dos flotantes como para discutir grupo por grupo o manejarlo vía e-mail*”. El colectivo, profesora-alumnos-Internet, potenciaría la enseñanza y el aprendizaje en el nuevo escenario. María, quien se aproximó a *Experiencia 2004* ya familiarizada con las nuevas tecnologías, percibe que en 2004 las utilizó menos: “...*me parece que al laboratorio de computación los llevaba más*”, o con mayores restricciones. “...*yo veía ahí al Graphmatica como la [con énfasis] herramienta para usar, entonces me circunscribí a eso...*” mientras que “...*en otros momentos hasta hemos usado programas para geometría...*” Las razones para ello parecen relacionarse con el nuevo escenario, el cual implicó otros problemas y otras organizaciones de los primeros años. Aunque en los primeros años la noción de modelo no se restringió a modelo como expresión analítica, quizás el tipo de problemas que fueron emergiendo parecían conducir a modelos analíticos y de este modo, la profesora privilegió el *Graphmatica* como la herramienta necesaria, quizás restringiendo la entrada de otras. Para María el cambio de tecnología como medio para trabajar en sus clases parece implicar un cambio de organización de las mismas: “...*preparar una clase para ir a un gabinete [de computación], te lleva tiempo, mucho tiempo, hay que prepararlo más que para el aula [el aula de bancos y pizarrón]...*”. María pone en evidencia lo señalado por Borba & Villarreal (2005), el cambio de tecnología implica cambio de prácticas. María imagina entonces otra aula, distinta al laboratorio de computación y a la de banco y pizarrón. En esa aula imaginada, esperada, habría bancos móviles, pizarrón y *una calculadora gráfica [para cada alumno] para que ahí nomás [sin tener que trasladarse al gabinete] pudieran analizar* los datos de sus problemas. En escenario de modelización diseñado para los cursos de María, Internet jugó un rol muy particular, fue la depositaria del conocimiento nuevo o conocido pero con otras representaciones y organización y construido en aula. Desde 2004 María comenzó a colocar en la página web del colegio, “...*material o algo que surgió en clase o fruto del diálogo con los chicos y alguna idea interesante y que normalmente no está en los libros...*”. El colectivo profesora-alumnos-tecnologías, posibilitó que en su momento los alumnos pudiesen interactuar con lo producido por ellos en clase y que otros docentes o estudiantes, como así también los padres de los alumnos, pudiesen acceder a ellos.

En el caso de Isabel y Analía, estas actividades significaron instalar Internet en sus casas, aprender a adjuntar archivos vía correo electrónico, aprender a utilizar el editor algebraico de ecuaciones, profundizar sus conocimientos sobre el procesador de texto o aprender a utilizar un programa para presentaciones. Diría Isabel: “...a partir del proyecto una de las cosas importante para mí fue, esta cuestión de registrar todo. Entonces, tuve que dedicar bastante tiempo para aprender a usar la computadora para escribir, para editar ecuaciones, para hacer tablas...”. Para María significó apoyar a sus colegas e interactuar con ellas para la creación de sus propias producciones para el aula o para los congresos. Todas tuvieron que aprender a adecuarse a los requerimientos de forma de la ACC.

El escenario de *Experiencia 2004* trajo interrogantes, problemas para los cuales las nuevas tecnologías dieron respuestas, ofrecieron soluciones. Interrogantes y problemas relacionados con la comunicación y la producción de conocimiento que emergieron en el nuevo escenario con sus nuevas actividades para el aula o para la constitución de los profesores como tales.

Cambiaron las actividades y cambiaron los medios para comunicar o para producir conocimiento. Fue necesario encontrar otras palabras para expresar lo nuevo. Desde la perspectiva Bajtiniana, las actividades humanas en las que el hombre interactúa, están fuertemente relacionadas con el uso de la lengua, uso que se lleva a cabo en forma de enunciados orales o escritos, concretos y singulares que pertenecen a los participantes de un ámbito de la práctica humana (Bajtín, 1999). El cambio de la práctica pone en evidencias cambio en los contenidos y por lo tanto en el ámbito de la comunicación. El lenguaje participa en la vida de las profesoras en práctica y la práctica participa del lenguaje a través de las enunciaciones de las profesoras. Por ello, Isabel encuentra difícil comunicar sus sentidos a quienes están inmersos en otras prácticas. La práctica diferente implicó diferentes lenguajes y medios y, por ende diferentes conocimientos. Pero, también hubo evidencias que, en *Experiencia 2004*, los medios implicaron cambios de prácticas, en la reorganización del pensamiento y en la producción de conocimiento (Borba & Villarreal, 2005). *Experiencia 2004*, significó conocimiento diferente para alumnos y profesoras, para ambos el conocimiento matemático fue diferente: en matemática válido con la realidad, las tablas no son medios para escribir sobre relaciones conocidas sino medios para pensar y buscar regularidades, los problemas que se crean tienen

sentido en un entorno lo mismo que sus soluciones, la experimentación forma parte del quehacer matemático, la calculadora permite encontrar soluciones a problemas no triviales. Para las profesoras, la producción docente es un proceso colectivo en el que interactúan ellas con las nuevas tecnologías y se regula acorde a las producciones de los propios alumnos y, en el que, el acceso a las TIC, principalmente el software *Graphmatica* y las calculadoras aportan en la selección y secuenciación de contenidos a enseñar. Las voces de las profesoras manifestadas en las entrevistas y aquellas plasmadas en sus escritos son frutos de una lucha entre lo que ellas hacen, lo que dicen sus alumnos, lo que pide la institución escolar y lo que las tecnologías les permiten hacer. Las tecnologías representaron respuestas a los cambios de actividades, fueron medios que posibilitaron *Experiencia 2004*. Y, como lo anticipan Borba & Villarreal (2005) hoy puedo decir que *Experiencia 2004* se configuró con las tecnologías que se incorporaron, sin las cuales hubiese sido muy difícil producir para el aula, comunicar ideas a otros colegas e interactuar entre las colegas del proyecto.

### **5.3. Las Relaciones Interpersonales como Necesarias para Sostener el Escenario**

Bajo *Experiencia 2004*, el cambio de actividades produjo la emergencia de las TIC y de nuevas voces y actividades, TIC y voces se fueron configurando dialécticamente (Bajtín, 1999 y Borba & Villarreal, 2005). Bajo ese mismo escenario, las relaciones interpersonales se hicieron evidentes como necesarias: “*creo que para hacer modelización, uno tiene que tener un equipo y eso es como sí o sí ...*” (Protocolo de Entrevista a Isabel).

Sin embargo, como las actividades son constituidas dialécticamente con el escenario (Lave, 1988), las relaciones interpersonales ya reconocidas como necesarias también se configuraron dialécticamente con ese escenario y los actores humanos y no-humanos que intervinieron. En el nuevo escenario, al interactuar con los alumnos, las profesoras pasaron por momentos en los que se sintieron extrañas. Isabel dijo sentirse como una practicante, una recién iniciada. María, en su puesta en aula se sintió distinta y Analía sintió con más contundencias algunas restricciones horarias. Luego fueron encontrando, en las interacciones con los alumnos, sus



nuevos lugares y desde esos lugares pudieron crecer en seguridad. En el caso de Analía la interacción con los alumnos, el interés mostrado por ellos, es lo que termina dando sentido a su puesta en aula del nuevo escenario. Las relaciones con las colegas del proyecto significaron apoyo para todas, “...éramos cuatro que estábamos por ahí pensando” (Protocolo de Entrevista a Isabel). En el nuevo escenario se produce conocimiento colectivamente y eso permite revisar la propia construcción de la matemática: “...bueno, los modelos matemáticos, no creo que hayan surgido en la historia, de un solo matemático...” (Protocolo de Entrevista a Isabel). Las interacciones con las colegas también permitieron revisar las primeras posiciones de Analía respecto de las condiciones para que los alumnos puedan participar de procesos de modelización. A ella le parecía que los alumnos debían disponer de herramientas matemáticas más sofisticadas, “... una base matemática más o menos amplia como para después decir qué herramienta elijo de todo lo que tengo” para construir un modelo. Desde esa perspectiva, los alumnos del CE estarían en mejores condiciones para trabajar con modelización que los alumnos del CBU. Sin embargo, al ver lo hecho por María, advierte que es posible pero, también reconoce que ella no lo podría haber hecho quizás por la impronta que tuvo en su formación el haber trabajado con cursos del CE. María por su parte tomó la duda, respecto a las posibilidades de los estudiantes más jóvenes para intervenir en procesos de modelización, como el interrogante al que buscó contestar con su propuesta para el aula. La propuesta de María y las nuevas miradas de Analía representan sus voces relacionadas con la modelización matemática en aula, sin embargo como voces están llenas de “ecos y reflejos”. Ambas voces son “...respuestas a enunciados anteriores. Uno no puede determinar su propia postura sin correlacionarla con la de otros” (Bajtín 1999, p. 281)

Los padres de los alumnos hicieron que Analía se sintiera acompañada pero a María le instalaron el desafío de encontrar una respuesta para explicar el proyecto. María, no sólo obtuvo esa respuesta sino que además logró reconocer que esos padres también podían colaborar.

Para Isabel las interrelaciones personales fueron tan significativas que, al reflexionar sobre las condiciones para montar y poner en aula escenarios de modelización, hoy reconoce cuatro condiciones que:

- involucran al propio profesor: “*estar bien segura de lo que vos hacés o de todo lo que vos querés hacer en el curso, tener los tiempos, tener las ganas*”;
- involucran al profesor en relación con la institución escolar: “*estar bien plantada dentro de un colegio, como para obtener el aval de parte de dirección y de las otras colegas*”;
- involucran a la profesora en relación con sus estudiantes: “*confianza de parte de las alumnas*” e
- involucran a la profesora en relación a un grupo de trabajo: “*tener un equipo de gente que realmente te esté dando todo este apoyo que vos estás necesitando*”.

Las tres profesoras reconocieron a la responsable como alguien inmersa en la experiencia y eso significó que no era necesario explicar demasiado para que pudiese comprender, pero también se reconoció su posibilidad de mirar desde otro ángulo.

Cada una de las integrantes tuvo un rol particular y contribuyó en la búsqueda de sentidos hacia las nociones de currículum, TIC y relaciones interpersonales. Para todas el currículum se reconoció como vital, receptor de voces y luchas que abrió el acceso a las TIC, las cuales lo enriqueció, lo desestabilizó por algún momento y reconfiguró las prácticas. El currículum fue vital y las TIC abrieron perspectivas bajo la red que ofrecieron las relaciones interpersonales nuevas o ya conocidas.

## CAPÍTULO VII

### CONSIDERACIONES FINALES

---

*...aprender a enseñar no se trata simplemente de adquirir habilidades discretas y neutras, de reproducir gestos de otros, o incluso de desarrollar un estilo de enseñanza. Más bien, el problema de aprender a enseñar, como el propio problema de la educación, es un problema de ¿qué identidad, qué conocimiento, y qué práctica debería ofrecerse y a qué costo? El problema de aprender a enseñar es también un problema de narrativa y por lo tanto de interpretación. Podemos preguntar, ¿cómo es que las cosas llegaron a ser como son?, ¿qué significaría narrar nuestra educación como una interrogación más que como una cuestión de destino inevitable?*

(Britzman, 2003, p.254)

Las preguntas a partir de las cuales se plantea la investigación, buscan enfatizar el par *experiencia/sentido* (Larrosa; 1996) privilegiando las voces (Bajtín, 1999, 2000; Britzman, 2003, Bubnova, 2006) de tres profesoras de matemática del nivel medio. Voces con las que se atribuye sentidos a currículum (Alterman, 2009), TIC (Borba & Villarreal, 2005) y relaciones interpersonales. Voces que se fueron constituyendo en *Experiencia 2004*, un espacio de desarrollo profesional (Ponte, 2001; Bicudo, 2003b; Fiorentini et al, 2005; Passo et al, 2006; Even & Ball, 2009), en el que se puso en juego una práctica docente focalizada en la modelización matemática como abordaje pedagógico (Bassanezi, 2002; Borba & Villarreal, 2005, Villarreal et al. 2010a).

A lo largo de este texto y por medio de las narraciones elaboradas, he puesto en evidencia relaciones entre el par *Experiencia 2004/sentidos*. Para lograrlo he presentado ejemplos y descripciones densas de lo acontecido en *Experiencia 2004* con el fin de poner de manifiesto la importancia de los terrenos (Lave, 1988, 1991) y la complejidad y sutileza que subyacen en prácticas docentes con las que se montan

escenarios de modelización en los terrenos dados. Tales prácticas son el núcleo central de *Experiencia 2004* que puede ser caracterizada como una experiencia de desarrollo profesional en la que las actividades relacionadas se fueron constituyendo con singularidades relacionadas con los contextos (Lave, 1988, 1991). Tales actividades no consistieron sólo en asistir a cursos, escuchar ponencias de otros o aplicar en aula lo que otros autores habían escrito. Las actividades de desarrollo profesional, que se pusieron en juego, significaron que cada profesora tomara decisiones para el aula y las sostuviera ante las colegas del proyecto y la institución. Las actividades también significaron imaginar, producir y escribir para el aula en interacción con otros actores humanos o no-humanos, recrear en un texto escrito lo acontecido en y para sus aulas con el fin de comunicarlo a otros colegas o a la ACC.

*Experiencia 2004* significó para las tres profesoras una “auténtica experiencia” en la que partieron de un espacio conocido, pasaron por un momento de “extrañeza” y regresaron siendo otras (Larrosa, 1996). Puedo indicar que, tal como se puntaliza en Fiorentini & Castro (2003), Passo et al. (2006), Costa & Fiorentini (2007) y Ferreira (2008), el proceso de desarrollo profesional de las tres profesoras, acontecido entre fines del año 2003 y mediados del 2005, se manifestó como personal y en continuidad con sus trayectorias de formación que les permitió aceptar y sostener el desafío de montar un escenario de modelización. En ese período de tiempo las profesoras fueron capaces de aprender acerca de la modelización como abordaje pedagógico, aprender a diseñar las actividades de enseñanza correspondientes, a buscar nuevas ideas, nuevos materiales y preparar tareas para sus alumnos. Entre 2003 y 2005 Isabel y Analía aprendieron a adjuntar archivos vía correo electrónico, a utilizar el editor algebraico de ecuaciones, a utilizar un programa para presentaciones. María aprendió como apoyar a sus colegas en el uso de las TIC. Todas profundizaron sus conocimientos sobre el procesador de texto, todas aprendieron a trabajar con *Graphmatica* y a producir en interacciones con sus compañeras de grupo vía correo electrónico. En ese tiempo todas aprendieron acerca de su rol profesional en conexión con colegas (Jaworski, 2004; Fiorentini et al., 2005; Ponte & Chapman, 2006). Durante *Experiencia 2004*, las tres profesoras y la responsable se constituyeron como una comunidad de aprendizaje en la que la negociación de sentidos tomó su tiempo (Jaworski, 2004). Una comunidad que les requirió estar muy atentas y comprometidas con lo que los otros hacían, sentían y

cuestionaban para poder compartir experiencias, conocimientos y sentidos (Fiorentini et al., 2005).

También vale recordar que *Experiencia 2004* se gestó en el marco del programa: “Proyectos de Trasferencias de Investigaciones Educativas al Aula” sostenido por un convenio de cooperación institucional firmado por el Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba, la ex Agencia Córdoba Ciencia Sociedad del Estado, la Universidad Nacional de Córdoba y la Academia Nacional de Ciencias. Esto es, en la experiencia y el desarrollo profesional relacionado, es posible reconocer una dimensión del orden de lo macro, relacionada con políticas educativas y la valoración del trabajo docente (Richit, 2010). Una dimensión que enriquece la experiencia de desarrollo y que sería deseable se ponga de manifiesto en muchas otras experiencias docentes.

Así como el programa antes mencionado impulsa *Experiencia 2004*, los escenarios de modelización puestos en aula en el año 2004 son los que le dan identidad y vitalidad. De este modo, *Experiencia 2004*, se constituye en una experiencia de desarrollo profesional en escenarios de modelización. Experiencia a la que las profesoras se aproximaron sin conocimientos previos relacionados con los procesos de modelización matemática o con la modelización como abordaje pedagógico. No podría decir si las profesoras se aproximaron con creencias ya estructuradas respecto a las aplicaciones y la modelización matemática, podría indicar que si las hubo, no jugaron un rol de barrera para evitar la entrada de la modelización a sus aulas tal como es reportado en trabajos como el estudio de Kaiser & Maaß (2007). También podría decir que las tres profesoras se incorporan a la experiencia con formación cualitativamente importante respecto al trabajo matemático y particularmente a la resolución de problemas. Quizás este factor jugó un rol relevante al momento de tomar el desafío de trabajar con modelización. Como se documenta en Blomhøj & Kjeldsen (2006), Kaiser & Maaß (2007) y Oliveira & Barbosa (2010), en instancias previas o durante el montaje en aula de escenarios de modelización se pusieron en evidencia dilemas, falta de confort y tensiones relacionadas en este caso con los terrenos en que se montaron los escenarios, los desafíos que fueron tomando cada una de las profesoras. La tensión de trabajar con modelización sin perjudicar el desarrollo de autonomía en los estudiantes (Lingefjärd, 2007) se hizo particularmente evidente con los alumnos del CBU. Así mismo y tal como se puntualiza en Knapp & Glenn (1996), Borba & Villarreal (2005),

Lingefjärd (2007) y Villarreal et al. (2010), las TIC jugaron un rol fundamental y potenciaron las prácticas de aula centradas en la modelización. Prácticas de aula que acompañaron el proceso de desarrollo profesional y que abrieron a las profesoras una posibilidad de interactuar con otros actores humanos o no-humanos. Prácticas que no sólo pusieron en evidencia acciones de las docentes sino que también supusieron la puesta en juego de conocimientos y sentidos para llevar adelante tales acciones. Conocimientos y sentidos que implicaron una construcción mediada y en interacción con objetos y sujetos (Bajtín, 1999). Construcción en la que colegas y TIC jugaron un rol esencial (Borba & Villarreal, 2005). Conocimientos y sentidos que hoy nos permiten pensar sobre las singularidades del currículum, las TIC y las relaciones interpersonales cuando se montan en aula escenarios de modelización en los que se pone en juego un proceso de modelización matemática completo según lo descrito en Bassanezi (2002). Acorde a las voces de las tres profesoras, en los escenarios montados por ellas, el currículum habilita las voces de los estudiantes, las interacciones con las TIC permiten la emergencia de conocimientos y prácticas y las relaciones interpersonales sostienen el escenario. En escenarios de modelización cambian las actividades y es necesario poner en juego procesos de comprensión que van más allá de la acción con el fin de encontrar las palabras para valorizar y comunicar la experiencia. El desarrollo profesional en escenarios de modelización es el ámbito en el que los sentidos de las tres profesoras se sitúan y adquieren relevancia.

### **A Modo de Cierre**

Este trabajo de investigación trae al frente voces constituidas en ámbitos de actividades diversos, trae las voces de investigadores a través de preguntas o respuestas que proponen como tales, trae las voces de quien escribe esta tesis y de quien la dirige. Del mismo modo, trae las voces del aula apelando a la voz de la matemática como ciencia de los modelos, a las voces de las profesoras que hablan de sus experiencias docentes en escenarios de modelización y a las voces de alumnos representadas por los modelos creados por ellos-con sus profesoras-con medios. En todas estas voces hay atribución de sentidos producto de un encuentros con otros sentidos y una lucha por encontrar las palabra (Bajtín, 1999). Todas estas voces nos sugieren comprensión y relaciones de cada uno de ellos con sus experiencias como investigadores, docentes o estudiantes Todas y cada una de sus

voces les permiten “*participar en una comunidad*” (Britzman, 2003). Junto a todas esas voces he aprendido lo suficiente como para que hoy pueda decir que quien escribe estas líneas no es la misma que presentó su proyecto de tesis en octubre de 2007. Con ellas pude encontrar respuestas pero también nuevas preguntas. Ambas, respuestas y preguntas, me impulsan a ciertas reflexiones como educadora matemática que realiza actividades de investigación y docencia.

Respecto a mi actividad de investigadora me interesa repensar algunos aspectos relacionado a lo metodológico. Uno de ellos se vincula con mis interacciones directas con las profesoras en proceso de investigación, en instancia de entrevista y durante el proceso de contrastación de las interpretaciones (Lincoln & Guba, 1985). Si bien tengo alguna experiencia llevando adelante entrevistas, en las entrevistas creadas en el marco de la tesis, me llamó especialmente la atención cómo las profesoras pusieron en juego procesos metacognitivos respecto de sus propias experiencias y prácticas y cómo esos procesos les permitieron verse más allá de lo acontecido en la experiencia. Por medio de las entrevista cada una de las profesoras abrió un espacio de reflexión muy profundo, a tal punto que, en la posterior instancia de contrastación, les causó sorpresa encontrarse con sus voces expresadas durante la entrevista. Si bien, he manifestado que la tesis significó para mí hacer un paso al costado de la experiencia y poner en juego un proceso de “*segundos pensamientos*” (Britzman, 2003), no dimensioné que en instancia de entrevista sucedería algo similar con las profesoras. Las instancias de contrastación, aspecto con el que tenía poca experiencia, se convirtió en un desafío constructivo que me permitió redimensionar mis interpretaciones, el valor de la confianza del otro en el investigador, el valor que adquiere, para quien ha sido entrevistado, lo que dice y lo que no dice el investigador. Otro de los aspectos que resultó particularmente relevante fue el acompañamiento de la directora de tesis para ayudarme a objetivar en mis interpretaciones sobre lo acontecido en *Experiencia 2004* ya que yo había sido partícipe de tal experiencia. Esa interaccionar entre ambas en búsqueda de objetivación también estuvo acompañada de búsqueda de sensibilidad para escuchar voces y narrar las vivencias de las profesoras. Este hecho nos requirió bastante tiempo y cuidado en la búsqueda de las palabras adecuadas. Todos estos aspectos ameritan una reflexión respecto a los desafíos y responsabilidades que adquirimos como investigadores. Ninguno de estos aspectos parece que pueden ser comprendidos sólo por una lectura intensa y extensa de trabajos de investigación,

cabe entonces preguntarse, ¿cómo contribuir con el desarrollo profesional de investigadores de modo que se ponga en evidencia la responsabilidad hacia el otro como aspecto constitutivo de su práctica?, ¿cómo propiciar una indagación que busque objetivación sin perder la sutileza de la práctica docente?, ¿cómo crecer en sensibilidad hacia la escucha del otro?

Como miembro de una comunidad de educadores matemáticos podría indicar que esta tesis ofrece un ejemplo que pone en evidencia al campo de la Educación Matemática como movimiento (Garnica, 1999). Esto es así pues, en el instante mismo que decidimos poner en juego actividades de enseñanza montando escenarios de modelización matemática, se comenzó a manifestar una “*acción de Educación Matemática*” (p. 60). Una acción que se inscribe luego en la Universidad Nacional de Córdoba y en la investigación académica local. Espero que en este movimiento, mi investigación pueda contribuir con el desarrollo del campo en Argentina impulsando nuevas ideas para el aula o abriendo nuevos espacios de investigación interesados en el desarrollo profesional de estudiantes de profesorado o profesores en servicio cuando la modelización matemática entra a las aulas. Espero que se puedan desarrollar investigaciones en el ámbito local que recuperen nuevas voces de estudiantes de profesorados, profesores o investigadores en educación matemática que nos ayuden a responder nuevas preguntas relacionadas con sus desarrollos profesionales o con la práctica de docencia de educadores matemáticos tales como:

- ¿Qué rol juegan la modelización, las TIC y las relaciones interpersonales en la formación de los futuros profesores?
- ¿Cómo transitan los profesores sus primeros años de actividad docente?, ¿cuáles son los mayores desafíos que deben sortear en ese tiempo y cómo los superan?
- ¿Cómo contribuyen los profesores en servicio con el profesor recién iniciado?, ¿cómo pueden contribuir los estudiantes de profesorado con profesores en servicio?, ¿cómo pueden aportar las TIC para abrir y ampliar contribuciones entre docentes y estudiantes de profesorado o entre educadores matemáticos y profesores?

Quizás respuestas a estas preguntas puedan aportar ideas para montar escenarios de modelización en los que colaboren docentes en servicio y estudiantes de profesorado. Quizás las respuestas a ellas nos traigan presente la necesidad de



contar con apoyo del sistema macro que legitime el trabajo en colaboración. Seguramente respuestas a estas u otras preguntas podrán decirnos lo que es posible aprender mientras se enseña participando de comunidades de aprendizaje.

Finalmente quiero marcar que no es fácil montar escenarios de modelización matemática en nuestras aulas, aunque, como lo evidencia *Experiencia 2004*, tampoco es imposible. Reconozco que el contexto bajo el cual se montaron aquellos escenarios fue particularmente fértil por los terrenos, las trayectorias de formación de las profesoras y el aporte de ACC. Sin embargo, creo que quizás es posible probar este u otros modos de poner en juego actividades de modelización en aula y explorar qué sentidos atribuyen los profesores o alumnos en esos nuevos escenarios que se puedan imaginar.

Podrán quedar dudas sobre qué hacer y cómo hacerlo, sin embargo no me quedan dudas que, gracias a lo imaginado por cuatro docentes en el 2003, hoy puedo decir que en las trayectorias de adjudicación de sentidos, construcción de conocimiento y constitución docente bajo *Experiencia 2004*, todas pudimos “*sorprendernos con el cambio de roles de algunos estudiantes*” (Analia, en Entrevista, 2008), a todas “*el trabajo en el aula con chicos chicos*” nos hizo rever nuestras visiones de la modelización (María, en Entrevista del 2008). Esa trayectoria de constitución fue tal que en ella todas logramos “*Creer, crecer, crear*” junto a los otros, “*volver a recrear*” cuantas veces fuera necesario, “*alegrarnos con el desafío, podernos equivocar*” para “*aprender en el camino*” y “*volver a comenzar*” (Isabel, Montevideo, 2005).

Espero que las palabras o voces que se han colocado en la tesis, no queden pegadas a sus páginas sino que sean tomadas por otros para decidirse a imaginar nuevas aulas y nuevos recorridos. Invito a que las tomen, las transformen y con ellas construyan puentes, piedras que ayuden a recorrer nuevos caminos.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADLER, J.; BALL, D.; KRAINER, K.; LIN, F. & NOVOTNA, J. (2008). Mirror images of an emerging field: Researching teacher education En Niss, M. (Ed.) *Proceedings from the ICME 10* (pp. 123-139). IMFUFA, Department of Science, Systems and Models, Roskilde University Denmark. ISBN: 978-87-7349-733-3.
- AGUIRRE, N. (2010). Las series de Fourier en la modelación matemática de registros electrocardiográficos normales. Comunicación dada en la *XXXIII Reunión de Educación Matemática*. Tandil (Argentina).
- ALMEIDA & DIAS (2007). Modelagem Matemática em cursos de formação de profesores. En Barbosa J., Caldeira A., Araújo J. (Eds.), *Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais* (pp.233-254). Biblioteca do Educador Matemático. Coleção SBEM Vol 3. Recife.
- ALTERMAN, N. (2008). La construcción del currículum escolar. Claves de lectura, de diseño y práctica. *Páginas Año 10*, vol. 6.
- ALTERMAN, N.(2009) *La construcción del currículum escolar. Claves de lectura, de diseño y práctica* Seminario en Gestión Educativa: “La Gestión de Políticas Públicas del Nivel Primario” Organizado por el Ministerio de Educación de la Nación. Presidencia de la Nación y Unión Europea en el marco del Fortalecimiento del Programa de Inclusión con Igualdad Educativa (FOPIIE) destinado a Escuelas del Programa Integral para la Igualdad Educativa (PIIE) (Se puede consultar este documento en: <http://www.me.gov.ar/fopiie/fopiie.html>)
- AMÉNDOLA, M. & VERGARA, M. (2009). Una experiencia de modelización en la formación superior. Resúmenes de la *XXXII Reunión de Educación Matemática-Mar del Plata* (Argentina)
- ANTONIUS, S., HAINES C., JENSEN, T. & NISS, M. con BURKHARD, H. (2007). Classroom activities and the teacher. En W. Blum, P. Galbraith, H. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education - The 14th ICMI Study* New York: Springer. (pp. 295-308).
- ARAÚJO, J. (2010). Brazilian research on modeling mathematics education. *ZDM The International Journal of Mathematic Education* 42: (pp. 337-348).
- BAJTÍN, M. (1999) *Estética de la creación verbal*. Siglo Veintiuno Editores, México
- BAJTÍN, M. (2000) *Yo También Soy (fragmentos sobre el otro)* (Recopilación, traducción y comentarios de Bubnova Tatiana) Taurus , México.
- BARBOSA, J. (2001). *Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores*. Doctoral dissertation. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro. Brazil.
- BASSANEZI, R. (1994 ). Modelling as a teaching-learning strategy. For the Learning of Mathematics. 14 (2), (pp. 31-35).

- BASSANEZI, R. (2002). *Ensino-aprendizagem con modelagem matemática: uma nova estratégia*. San Pablo, Editora Contexto.
- BENAVENTE, M. (2009). Un tour por la modelación matemática con *Matlab*. Resúmenes de la *XXXII Reunión de Educación Matemática- Mar del Plata* (Argentina)
- BICUDO, M. (2003a). *Tempo, tempo vivido e história*. Bauru SP. EDUSC
- BICUDO, M. (2003b). A formação do Professor: um olhar fenomenológico. En Bicudo, M. (Org.) *Formação de Professores? Da incerteza à compreensão*. (pp. 19-46) Bauru SP. EDUSC
- BIEMBENGUT, M. & HEIN, N. (1999) Modelación Matemática: Estrategia para enseñar y aprender matemáticas. *Educación Matemática*, vol. 11, n. 1, (pp. 119-134).
- BIEMBENGUT, M. & HEIN, N. (2000) *Modelagem matemática no ensino*. São Paulo: Editora Contexto.
- BLOM HØJ. M. & KJELDSSEN, T.(2006). Teaching mathematical modeling through project work. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38 (2), (pp. 163-177).
- BLOM HØJ, M. (2009). Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modelling-Categorising the TSG 21 papers. En Blomhøj, M & Carreira, S. (Eds.) *Mathematical applicatios and modelling in the teaching and learning of mathematics: Proceedings from TSG 21at ICME 11*(p. 1-17). IMFUFA-text n°. 461, Department of Science, Systems and Models, Roskilde University.
- BLUM W., & NISS,M. (1991). Applied Problem Solving, Modelling, Applications and Links to Other Subjects – State Trends and Issues in Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics*. Vol. 22, n.1 pp.37-68.
- BLUM, W. et al. (2003) ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education – Discussion Document. *Educational Studies in Mathematics*, 51, pp. 149-171.
- BOALER, J. (2008). Bridging the gap between research and practice: International examples of success. (pp. 91-105). En: Menghini, M; Furinghetti, F ; Giacardi L & Arzarello, F (Eds) *The First Century of The International Commission on Mathematics Education. Instituto della Enciclopedia Italiana Roma*.
- BORBA, M.; MENEGHETTI, G. & HERMINI, H. (1999a) Estableciendo critérios para avaliação do uso de modelagem em sala de aula: estudo de um caso em um curso de ciencias biológicas. En Borba, M. (ed.) *Calculadoras Gráficas e Educação Matemática*. Rio de Janeiro, MEM/USU, p. 75-95.
- BORBA, M.; MENEGHETTI, G. & HERMINI, H. (1999b) Modelagem, calculadora gráfica e interdisciplinaridade na sala de aula de um curso de ciências biológicas. En Borba, M. (ed.) *Calculadoras Gráficas e Educação Matemática*. Rio de Janeiro, MEM/USU, (pp. 59-74).
- BORBA, M., & VILLARREAL, M. (2005). *Humans-with-media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling,*

- experimentation and visualization*. New York: Springer Science+business Media (Mathematics Education Library).
- BORBA, M. (Org.), (2006). *Tendências Internacionais em Formação de Professores de Matemática*. Autêntica – Belo Horizonte.
- BOURDIER P, CHAMBOREDON, J & PASSERON, J. (1999) *El Oficio de Sociólogo*. Siglo Veintiuno Editores, México.
- BRITZMAN, D P. (2003) *Practice Makes Practice* State University of New York Press, Albany, N:Y:
- BRUSH, L. R. (1980). *Encouraging Girls in Mathematics*. (1<sup>st</sup> Ed) Cambridge, Massachusetts: Abt Book.
- BUBNOVA, T (2006) Voz, sentido y diálogo en Bajtín. *Acta Poética* 27 (1). En: <http://132.248.101.214/html-docs/acta-poetica/27-1/97-114.pdf>. (Consultada en marzo de 2009).
- CÁMARA, V. & MANCIPAR, S. (2007) La construcción del sentido de conceptos matemáticos desde la modelación. *Ciencias Económicas. Revista de la Facultad de Ciencias Económicas*. Año 5, V.2, 31-44.
- CHARLOT, B. (2007) *La relación con el saber. Elementos para una teoría*. Libros del Zorzal. Buenos Aires, Argentina.
- CIANCIARDO, C., MIYARA, A., MORZAN, M., PIRAÍNO, M. & SEMITIEL, J. (2007). ¿A qué distancia se encuentra el horizonte? *Premisa*. Año 9, n34, pp. 3-12.
- CLANDININ, D. & CONNELLY, F. (2004) *Narrative Inquiry: Experience and Story In Qualitative Research*. John Wiley & Sons Inc.
- COLOMBO & ETCHEGARAY (2009). La reflexión en un espacio de formación inicial de Profesorado en Matemática: Análisis de un sistema de prácticas geométricas. Resúmenes de la *XXXII Reunión de Educación Matemática- Mar del Plata* (Argentina)
- CONFREY, J. (1994). Voice and perspective: hearing epistemological innovation in students' words. In Bednarz, N., Larochelle, M. , Desautels, J. (Eds.). *Revue des sciences de l'education*. Special issue: Constructivism in Education, 20 (1), (pp. 115-133).
- COONEY, T. (2001). Considering the Paradoxes, Perils, and Purposes of Conceptualizing Teacher Development (pp. 9-32). En Lin, F. & Cooney, T (.Eds.) *Making Sense of Mathematics Teacher Education*. Kluwer Academic Publishers. ISBN 0-7923-6985-8.
- COSTA, G. & FIORENTINI, D. (2007) Mudança da Cultura Docente em um Contexto de Trabalho Colaborativo de Introdução das Tecnologias de Informação e Comunicação na Prática Escolar. *Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)*, Rio Claro. Vol. 20, n. 27: (pp. 1-22).

- COXFORD, A. (Ed.) (1970). *A History of Mathematics Education in the United States and Canada*. Thirty-second Yearbook. National Council of Teachers of Mathematics. Washington.
- CRISTANTE . A; ESTELEY, C; MARGUET, I & MINA M.. (2007). Experiencia de modelización en aula con orientación en Economía y Gestión de las Organizaciones En Abrate, R. & Pochulu, M. (Comp.) *Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática* (pp. 305-318). Editado por la UNVM. ISBN 987-1330-03-0.
- DAVIS, P. & HERSH, D. (1989) *Experiencia Matemática*. Barcelona: Editorial Labor.
- DEVLIN, K. (1994) *Mathematics the Science of Patterns*. Scientific American Library
- DOCUMENTOS CURRICULARES PARA LA PROVINCIA DE CÓRDOBA (1997)
- DODERA, M.; BURRONI, E.; LÁZARO, M. & PIACENTEN, B. (2008). Concepciones y creencias de los profesores sobre enseñanza y aprendizaje de la matemática. *Premisa* 39, (pp. 5-16).
- DOERR, H. (2007). What Knowledge do teachers need for teaching mathematics through applications and modelling? (p.69-78). En W. Blum, P. Galbraith, H. Henn, and M. Niss (eds) *Modelling and Applications in Mathematics Education: the 14th ICMI study*, New York: Springer.
- ENGLER, A. (2005). La tarea del docente de Matemática: reflexiones para compartir. *Premisa* 25, (pp. 12-15).
- ERNEST, P. (1991) *The Philosophy of Mathematics Education*. Londres, Falmer Press.
- ESTELEY, C.(1985) *Mathematics Anxiety in College Studentes as a Function of Gender and Effectiveness of math Tutorial Sessions in Reducig Math Anxiety*. Trabajo Final de Maestría no publicado. The School of Education, The city College The City University of New York
- ESTELEY, C.; VILLARREAL M y ALAGIA H. (2004). Extending linear models to non-linear contexts: an in-deph study about two university students' mathematical productions. En Høines, M. & Fuglestad, A. (Eds.). *Proceedings of the 28th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME 28)*, V. 2. (pp. 343 – 350). Bergen, Noruega.
- ESTELEY, C.; MINA M.; CRISTANTE. A & MARGUET, I.(2007). Innovaciones en el aula: desarrollo profesional y modelización (pp.281.294). En Abrate, R. & Pochulu, M. (Comp.) *Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática*. Editado por la UNVM. ISBN 987-1330-03-0. ISBN13 978-987-1330-03-4
- ESTELEY, C. & VILLARREAL, M. (2009). Desarrollo Profesional de Profesores de Matemática (p. 13). Resúmenes de la *VI Jornadas de Investigación en Educación*-Facultad de Filosofía y Humanidades (UNC). Córdoba (Argentina).
- ESTELEY, C; VILLARREAL M; y ALAGIA, H. (2010). The overgeneralization of linear models among university students' mathematical productions: a long-term study. *Mathematical Thinking and Learning*. V. 12, N. 10, (pp. 86-109).

- ETCHEVERRY, N; TORROBA, E.; REID, M. & EVANGELISTA, N. (2003a) El trabajo interdisciplinario aliado al Modelaje Matemático. *Libro de Resúmenes de la XVII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*, (pp. 280). Santiago de Chile.
- ETCHEVERRY, N; TORROBA, E.; REID, M. & EVANGELISTA, N. (2003b) Modelaje Matemático: Área finita perímetro infinito. *Libro de Resúmenes de la III Conferencia Argentina de Educación Matemática*, p. 185. Salta.
- EVEN, R. & BALL, D. (Ed) (2009) *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics. The 15th ICMI Study*. New York Springer.
- FERNANDEZ A. (1989) *El Campo Grupal: Notas para una genealogía*. Ed. Nueva Visión Bs. As.
- FERREIRA, A. (2008). O trabalho colaborativo como ferramenta e contexto para o desenvolvimento profissional: compartilhando experiências (pp.149-166.) En Nacarato, A. & Paiva, M. *A Formação do Professor que Ensina Matemática: perspectivas e pesquisas*. Belo Horizonte: Autêntica.
- FERRI, R & BLUM, W. (2009). Modelling in mathematics' teachers' professional development mathematical modelling in teacher education –experiences from a modelling seminar. En Proceedings of CERME 6, 2009, Lyon France, INRP 2010 ([www.inrp.fr/editions/cerme6](http://www.inrp.fr/editions/cerme6)) (pp. 2046-2055)
- FIORENTINI, D., NACARATO, A. & PINTO, R. (1999). Saberes da experiencia docente em matemática e educação continuada. *Quadrante. Revista teórica e de investigação*. Associação de professores de matemática de Portugal, 8 (1,2): 33-40.
- FIORENTINI, D. (2001). De profesor isolado ou plugado para profesor conectado: novas perspectivas à formação do profesor de matemática. En Coletânea de trabalhos de PRAPEM (UNICAMP).
- FIORENTINI, D., & CASTRO, F. (2003) Tornando-se professor de Matemática: O caso de Allan em Prática de Ensino e Estágio Supervisionado En: Fiorentini, D. (org.) *Formação de professores de Matemática: Explorando novos caminhos com outros olhares*. Campinas: Mercado de Letras (pp. 121-156).
- FIORENTINI, D., MISKULIN, R., MEGID, M., BRUM, E., GAMA, R., MELO, M., REIS, M., GRANDO, R. & PASSOS, C. (2005). Learning through collaboration from professionals with different knowledge. Trabajo presentado en la *Conferencias del 15<sup>th</sup> ICMI Study sobre The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics* Águas de Lindóai, Brasil (disponible en : [http://stwww.weizmann.ac.il/G-math/ICMI/log\\_in.html](http://stwww.weizmann.ac.il/G-math/ICMI/log_in.html))
- FREITAS, M. T. (2007) *Vygotsky & Bakhtin* Editora Ática. San Pablo, Brasil.
- FURLÁN, A. (1996). *Curriculum e Institución*. Michoacán: Cuadernos del Instituto Michoacano de Ciencias de la Educación.
- GALBRAIGHT, P. (2007) Beyond the low hanging fruit. En W. Blum, P. Galbraith, H. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education - The 14th ICMI Study* New York: Springer. (pp. 80-88).

- GARNICA, A.V. (1999). *Filosofia da Educação Matemática: algumas ressignificações e uma proposta de pesquisa* (pp.46-59). En M.A. Bicudo (Ed.), *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas* São Paulo: Editora UNESP.
- GEEST, E., JOUBERT, M., SUTHERLAND, R., BACK, J. & HIRST, C.(2008). Researching effective continuing professional development in mathematics education (RECME). *ICME 11 TSG* Group 28: Inservice education, professional life and development of mathematics teachers. Monterrey (México). Julio, 2008.
- GIORIA B. M (2004) Internet: distribución espacial en Argentina y su relación con factores socioeconómicos. *Scripta Nova Revista Electrónica de Geografía y Ciencias Sociales*. Vol. VIII, núm. 170 (20), 1 de agosto de 2004. Universidad de Barcelona. ISSN: 1138-9788 (Consultada en marzo de 2010)
- GÓMEZ, P. & PERRY, M. (Ed.) (1996) *La problemática de las matemáticas escolares. Un reto para directivos y profesores*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericano.
- GOODSON, I (1995) *Historia del currículum*. Pomares Corredor. Barcelona
- GREENE, M. (2003). Foreword al texto: Britzman, *Practice Makes Practice State* (pp. ix – xi). University of New York Press, Albany, N:Y:
- GREVHOLM, B & BALL, D. (2008) WG2: The professional formation of mathematics teachers (pp.265 -276). En: Menghini, M; Furinghetti, F ; Giacardi L & Arzarello, F (Eds) *The First Century of The International Commission on Mathematics Education*. Instituto della Enciclopedia Italiana Roma.
- GUÉRIOS, E. (2005). Espaços Intersticiais na Formação Docente: indicativos para a formação continuada de professores que ensinam matemática (p. p.128-151). En Fiorentini, D & Nacarato A. *Cultura, Formação e Desenvolvimento Profissional de Professores que ensinam Matemática: investigando e teorizando sobre a prática*. São Paulo: Musa.
- HEJNY, M.; JAWORSKI, B.; DAWSON, S. & SHIQUI, L. (2008). TSG 23: Education, professional life and development of mathematics teachers (pp. 394-398). En Niss, M. (Ed.) *Proceedings from the ICME 10*. IMFUFA, Department of Science, Systems and Models, Roskilde University Denmark. ISBN: 978-87-7349-733-3.
- HOUSTON, K., IKEDA, T., KALOUDATOS, N., MATOS, F. (2008). TSG 20: Mathematical, applications and modeling in the teaching and learning of mathematics (pp. 377-381). En Niss, M. (Ed.) *Proceedings from the ICME 10*. IMFUFA, Department of Science, Systems and Models, Roskilde University Denmark. ISBN: 978-87-7349-733-3.
- HOYLE, E. (1974). Professionalism and Professionality in Teaching. *London Educational Review* 3, 2 (pp.13-19)
- IMBERNÓN, F (1998), *La formación y el desarrollo profesional del profesorado*. Graó
- JAWORSKI, B. (2004). Grappling with complexity: Co-learning in inquiry communities in mathematics teaching development. En Høines, M. & Fuglestad, A. (Eds.). *Proceedings of the 28th Annual Conference of the International Group for the*

- Psychology of Mathematics Education* (PME 28), V. 1. (pp.17-36).Bergen, Noruega.
- JIMÉNEZ , A. (2002). *Quando Professores de Matemática da Escola e da Universidade se Encontram: re-significação e reciprocidade de saberes*. Tesis de Doctorado (UNICAMP) Campinas. Brasil.
- JOULIÁ, S. (2005). Una configuración para la práctica profesional. *Premisa* 27: 36-44.
- KAISER, G., SCHWARZ, B. & TIEDEMANN, S. (2010). Future Teachers' Professional Knowledge and Modeling. En Lesh, R.; Galbraith, P; Haines, C & Hurford, A. (Eds.). *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies*. ICTMA 13. ISBN 978-1-14419-0561. Springer pp. 433-444
- KAISER, G. & SRIRAMAN, B. (2006). A global survey of internacional pespectives on modelling in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3), 302-310.
- KAISER, G.& MAAß , K. (2007) Modelling in lower secondary mathematics classroom – problems and opportunitieEn W. Blum, P. Galbraith, H. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education - The 14th ICMI Study* New York: Springer. (pp. 99-108).
- KILPATRICK, J. (1992). A History of Research in Mathematics Education. En Grouws D. (Ed.) *Handbook of research in mathematics teaching and learning*, Simon & Schuster Macmillan, New York, (pp. 3-38).
- KILPATRICK, J., (2009). The mathematics teacher and curriculum change. *PNA*, 3(3), 107-121.
- KNAPP. L. & GLENN, A. (1996). *Restructuring schools with technology*. Boston: Allyn and Bacon.
- LARROSA, J. (1996). Lectura, experiencia e formação. Em Costa, M. (Org.) *Caminhos investigativos: novos olhares na pesquisa em educação*. Porto Alegre: Editora Mediação.
- LARROSA J (2006) Algunas notas sobre la experiencia y sus lenguajes Estudios filosóficos, ISSN 0210-6086, Vol. 55, N° 160 p. 467.480
- LAVE, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life*. Cambridge University Press. Cambridge:
- LAVE, J. (1991) *La cognición en la práctica*. Barcelona Paidós.
- LAVE, J. & WENGER, E. (1991). *Situated Learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge University Press. New York.
- LEDESMA, A. (2010). Estimación en un modelo estocástico de pesquería. Comunicación en la *XXXIII Reunión de Educación Matemática*- Tandil (Argentina).



- LERMAN, S. (2001). A Review of Research Perspectives in Mathematics Teachers Education (p.33-52). En Lin, F. & Cooney, T (.Eds.) *Making Sense of Mathematics Teacher Education*. Kluwer Academic Publishers. ISBN 0-7923-6985-8.
- LESSARD, C. & TARDIF, M. (2008). As transformações atuais do ensino: três cenários possíveis na evolução da profissão de professor? En: *O OFÍCIO DE PROFESSOR. Histórias, perspectivas e desafios internacionais*. Editora Vozes (2ª Edición). ISBN 978-85-326-3600-3 (pp. 235-255)
- LESH, R, CRAMER, K., DOERR, H., POST, T. & ZAWOJEWSKI, J. (2003). Model development sequences. (pp. 35-58). En Lesh, R. & Doerr, H. (Eds) *Beyond Constructivism. Models and Modeling Perspective on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching*. Lawrence Erlbaum Associates Publishers
- LESH, R. & DOERR, H. (2003). Foundation of a Model and Modeling Perspective on Mathematics Teaching, Learning and Problem Solving (p. 3-34). En Lesh, R. & Doerr, H. (Eds) *Beyond Constructivism. Models and Modeling Perspective on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching*. Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- LEVY, P.(1993). As tecnologías da inteligência. O futuro do pensamento na era da informática. Traducido por Costa. C. Traducido de: Les Technologies de l'intelligence. San Pablo Editora 34.
- LIN, F. & COONEY, T. (2001). Preface. En Lin, F. & Cooney, T (.Eds.) *Making Sense of Mathematics Teacher Education*. Kluwer Academic Publishers. ISBN 0-7923-6985-8.
- LINCOLN, Y & GUBA, E (1985). *Naturalistic Inquiry*. Sage
- LINGEJÄRD, T. (2007). Mathematical modelling in teacher education – necessity or unnecessarily. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education - The 14th ICMI Study* New York: Springer. (pp.333-340).
- LYTLE S.L. & COCHRAN-SMITH, M. (1999). Aprender de la investigación de los docentes: una tipología de trabajo. In: ANGULO, R et al (1999). *Desarrollo profesional del docente: Política, investigación y práctica* Madrid: Ediciones Akal (pp. 320-338).
- MAAß, K & GURLIT, J. (2009). Designing a teacher questionnaire to evaluate professional development in modeling. Proceedings of CERME 6, 2009, Lyon France, INRP 2010 ([www.inrp.fr/editions/cerme6](http://www.inrp.fr/editions/cerme6)) (pp. 2056 -2065).
- MARCIPAR, S.; CÁMARA, V. & MUNICOY, M. (2002) Modelación matemática: un caso para desarrollar en el primer año universitario. Comunicación. *Libro de Resúmenes de la XXV Reunión de Educación Matemática*, p. 5. Santa Fe, octubre de 2002.
- MARCIPAR, S. & CÁMARA, V. (2007) La modelización como estrategia para el desarrollo de competencias profesionales en las Ciencias Económicas. Libro de Resúmenes de las Terceras Jornadas de Educación Matemática. Santa Fe, 4 y 5 de octubre de 2007. p. 20-21.

- MARGUET I; ESTELEY C; CRISTANTE A & MINA M (2007). Modelización como estrategia de enseñanza en un curso con orientación en Ciencias Naturales. En Abrate, R. & Pochulu, M. (Comp.) *Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática*. (pp. 319-332) Editado por la UNVM. ISBN 987-1330-03-0. ISBN13 978-987-1330-03-4
- MASON, J. (2008). Notes towards WG2. *Symposium on the Occasion of the 100th Anniversary of ICMI*. WG 2: The professional formation of teachers. Roma, marzo, 2008.
- MINA M; ESTELEY, C; CRISTANTE . A & MARGUET, I (2007). Experiencia de modelización matemática con alumnos de 12-13 años. En Abrate, R. & Pochulu, M. (Comp.) *Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática* (pp. 295-304) Editado por la UNVM. ISBN 987-1330-03-0. ISBN13 978-987-1330-03-4
- MONTORO, V. (2008). ¿Qué piensan los estudiantes de la demostración matemática? *Revista de Educación Matemática*.
- MOON, R. (2008). As políticas reformistas: transição na formação dos professores na Inglaterra En Tardif, M. & Lessard, C. (Orgs.). *O OFÍCIO DE PROFESSOR. Histórias, perspectivas e desafios internacionais*. Editora Vozes (2º Edición).ISBN 978-85-326-3600-3 (p. 93-111).
- MOUSLOULIDES, N. (2009). Mathematical modeling for Elementary and Secondary School Teachers. En Kontacos, A. (Ed.) *Research and theory in teacher education*. Rhodes, University of Aegean.
- NISS, M.; BLUM, W. & GALBRAITH, P. (2007). Introduction. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education - The 14th ICMI Study* (pp.3-32). New York: Springer.
- NOSS Y HOYLES (1996). Windows on mathematical meanings: learning cultures and computers. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- NARAYAN, U. (1988) *Working Together Across Differences: Some Considerations on Emotions and Political Practice*. Hipatía, vol. 3, nº. 2 (Summer 1988) p. 31-47
- OLIVEIRA, A. (2007) As análises dos futuros professores sobre suas primeiras experiências com Modelagem Matemática. En Barbosa J., Caldeira A., Araújo J. (Eds.), *Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais* (pp.233-254). Biblioteca do Educador Matemático. Coleção SBEM Vol 3. Recife.
- OLIVEIRA, A. & BARBOSA, J. (2010). Mathematical Modeling and the Teacher's Tensions. En Lesh, R.; Galbraith, P; Haines, C & Hurford, A. (Eds.). *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies*. ICTMA 13. ISBN 978-1-14419-0561. Springer
- ONG, W. J (1997). *Oralidad y escritura. Tecnologías de la palabra*. México, FCE.
- PASSOS, C., NACARATO, A., FIORENTINI, D., MISKULIN, R., GRANDO, R., GAMA, R., MEGID, M., FREITAS, M., MELO, M. (2006) Desenvolvimento profissional do professor que ensina Matemática: Uma meta-análise de estudos

- brasileiros. *Quadrante: Revista teórica e de investigação*. Lisboa: APM, v. 15, n. 1-2, (pp.193-219).
- PEKOLJ, M. & PÉREZ, N. (2009). Capacitación cooperativa en matemática. Resúmenes de la *XXXII Reunión de Educación Matemática*- Mar del Plata (Argentina).
- PEREZ GÓMEZ, A. (1999). Formação de professores de Matemática sob a perspectiva do desenvolvimento profissional. En Bicudo (Org.) *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: Editora UNESP.
- PONTE, J. (1998) *Da formação ao desenvolvimento profissional*. Conferencia presentada en el Encontro Nacional De Professores De Matemática ProfMat 98. Actas do ProfMat 98, p. 27 - 44. Lisboa.
- PONTE, J. (2001) Investigating Mathematics and Learning to Teach Mathematics. En: Fou & Cooney (Eds) *Making Sense of Mathematics Teacher Education*. Kluwer
- PONTE J. P (2006) *Estudios de Caso em Educação Matemática*. *BOLEMA*, año 19 nº 25.
- PONTE J. P & CHAPMAN, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. En Gutierrez, A. & Boero, P. (Eds.). *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future*. (pp. 461-494). Sense Publisher.
- PONTE, J. (2008). Mathematics teacher education and professional development. *Symposium on the Occasion of the 100th Anniversary of ICMI*. WG 2: The professional formation of teachers. Roma, marzo, 2008.
- REID, M., ETCHEVERRY N., ROLDÁN M. & GAREIS, M (2010). Modelización matemática en el aula: relato de una experiencia. *III Reunión Pampeana de Educación Matemática*. Santa Rosa de la Pampa (Argentina). Agosto 2010.
- RICHIT, A. (2010) *Apropriação do Conhecimento Pedagógico-Tecnológico em Matemática e a Formação Continuada de Professores*. Tesis de doctorado. Universidad Estadual Paulista Rio Claro. Brasil.
- RICO, L (1998). Concepto de Currículo desde la Educación Matemática *Revista de Estudios del Currículo* Vol. 1, nº4, pp. 7-42.
- SANDÍN, E. (2003) *Investigación Cualitativa en Educación. Fundamentos y Tradiciones* McGraw-Hill. Madrid.
- SEGAL & GIULIANI, (2008). *Modelización matemática en el aula. Posibilidades y necesidades*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- SELLS, L. (1973). High School Mathematics as the Critical Filter in Job Market. *Proceedings of the Conference on Minority Graduate Education*. Berkeley: University of California.
- SCHOENFELD, A. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics. En Grouws, D. (Ed.).

- Handbook of Research of Mathematics Teaching and Learning. Mac Millan, New York, (pp. 334 – 370).
- SHULMAN, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researchers*, 15 (2): 4-14.
- SILVA, D. (2007). Acoes de Modelagem para a formação inicial de professores de matemática. En Barbosa J., Caldeira A., Araújo J. (Eds.), *Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais* (pp.215-234). Biblioteca do Educador Matemático. Coleção SBEM Vol 3. Recife
- SKOTT, J. (2008). A cautionary note – is research still caught up in an implementer approach to the teacher? *Symposium on the Occasion of the 100th Anniversary of ICMI. WG 2: The professional formation of teachers*. Roma, marzo, 2008.
- SKOVSMOSE, O. (2000) Cenários para Investigação. *Bolema - Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, n.14,p. 66-91.
- SPANDAW, J. & ZWANEVELD, B. (2010). Modelling in mathematics' teachers' professional development (pp. 2076-2085). *Proceedings of CERME 6, 2009, Lyon France, INRP 2010* (www.inrp.fr/editions/cerme6)
- STAKE, R. (1998). *Investigación con Estudio de Casos*. Ediciones Morata, Madrid
- SUÁREZ, M. & MODARELLI, M.C. (2010). Reflexiones sobre modelación durante el desarrollo de un taller. *III Reunión Pampeana de Educación Matemática*. Santa Rosa de la Pampa (Argentina). Agosto 2010.
- THOMPSON, A. (1992) Teachers' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research. En Grouws, D. (ed.). *Handbook of Research of Mathematics Teaching and Learning*. Mac Millan, New York, 127 -147.
- TIKHOMIROV, O. K. (1981). The psychological consequences of computerization. In J. V. Wertsch (Ed.), *The Concept of Activity in Soviet Psychology* (pp. 256-278). New York: M.E. Sharpe Inc.
- TORROBA, E., ETCHEVERRY, N, REID, M., EVANGELISTA, & VILLARREAL, M. (2007). Modelización en la Formación de Profesores de Matemática: relato de una Experiencia. *Yupana*. n4.07: 27-38.
- VILLARREAL, M; ESTELEY, C. & ALAGIA, H. (2005). As produções matemáticas de estudantes universitários ao estender modelos lineares a contextos não-lineares. *Boletim de Educação Matemática*. Año 18, n. 23, (p. 1-22).
- VILLARREAL, M. & BAZÁN, N. (2006) La modelización matemática como estrategia pedagógica: relato de una experiencia. *CD del I Congreso de enseñanza de las Ciencias Agropecuarias*. Córdoba.
- VILLARREAL M., BORBA M & ESTELEY C. (2007) Voices from the south: dialogical relationship and collaboration in mathematics education (p. 383-402). En Atweh, B.; Borba, M.; Barton, A.; Clarke, D.; Gough, N.; Keitel, C.; Vistro-Yu, C. y Vithal, R(Eds.) *Internationalisation and Globalization in Mathematics and Science Education*. Springer. ISBN 978-4020-5907 (HB) ISBN 978-4020-5908 (e-book)

- VILLARREAL, M., ESTELEY, C. y ALAGIA, H. (2007). Las producciones matemáticas de estudiantes universitarios al extender modelos lineales a contextos no lineales (p.365-380). En Abrate, R. & Pochulu, M. (Comp.) *Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática*. Editado por la UNVM. ISBN 987-1330-03-0.
- VILLARREAL, M., ESTELEY, C. y MINA, M. (2010). Modeling empowered by information and communication technologies. *ZDM The International Journal of Mathematic Education* 42: 405-419.
- VILLARREAL, M., ESTELEY, C. MINA, M y SMITH,S. (2010). Mathematics teachers in modelling scenery: decisions while designing a project. *Proceeding of the 34Conference of the International Group of the Psychology. of Mathematics Education*. Brasil
- WAKE, G. (2009). Modelling and formative assessment pedagogies mediating change in actions of teachers and learners in mathematics classrooms (p. 2086 - 2095) *Proceedings of CERME 6*, 2009, Lyon France, INRP 2010 ([www.inrp.fr/editions/cerme6](http://www.inrp.fr/editions/cerme6))
- ZAWOJEWSKI, J, & LESH, R. (2003). A models and modeling perspective on problem solving (p. 317-336). En Lesh, R. & Doerr, H. (Eds) *Beyond Constructivism. Models and Modeling Perspective on Mathematics Problem Solving, Learning and Teaching*.Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- ZAWOJEWSKI, J.(2010). Problem Solving Versus Modeling (p. 237-243). En Lesh, R.; Galbraith, P; Haines, C & Hurford, A. (Eds.). *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies*. ICTMA 13. ISBN 978-1-14419-0561. Springer.

## ANEXO

### Dinámica poblacional de una colmena.

El ejemplo que describo abajo, fue creado por un grupo de profesores que se encontraban participando de un curso dictado por Rodney Bassanezi a mediados de los 80. Dicho ejemplo ha sido publicado en:

BASSANEZI, R. (2002) *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Editora Contexto.

GAZZETTA, M. (1989) *A modelagem como estratégia de aprendizagem da Matemática em cursos de aperfeiçoamento de professores*. Tesis de maestría. Universidade Estadual Paulista. São Paulo.

BIEMBENGUT, M. & HEIN, N. (1999) Modelación Matemática: estrategia para enseñar y aprender matemáticas. *Educación Matemática*, 11 (1), 119-134. México.

En ejemplo original se provee un conjunto de datos referidos a una colmena que, durante *Experiencia 2004*, la información dada abajo fue presentada y discutida con apicultores cordobeses.

Una colmena de abejas mielíferas en plena producción está compuesta por:

1	reina
80000	obreras
400	zánganos

- La reina tiene una doble función durante sus 5 cinco años (en promedio) de vida:
  - comandar la colmena (los científicos aseguran que esto se hace a través de una hormona en la saliva).

- reproducir (condición adquirida debido a la alimentación recibida con la jalea real).
- Los zánganos son apenas reproductores. No trabajan y comen dos veces más que una obrera durante toda su vida, la cual puede llegar a 80 días.
- Las obreras viven , en promedio, 40 días pasando por cuatro etapas de trabajo en este período:
  - ama de casa (limpieza de las celdas)
  - nodriza (alimentación de la reina y de las larvas)
  - ingeniera (responsable por las celdas y la miel)
  - campesina (recolección de néctar, agua y polen)

La postura de huevos de la reina llega a 3000 unidades por día, reduciéndola hasta cerca de la mitad cuando ya cuenta con 3 años de edad.

El huevo tiene 21 días de incubación.

La condición de vejez de la reina es percibida por las obreras nodrizas que pasan a alimentar otra larva con jalea real, con el fin de convertirla en una nueva reina.

La nueva reina, una vez adulta con 10 días se prepara para un vuelo nupcial atrayendo a los zánganos de diversas colmenas. Vuela muy alto, haciendo que centenares de zánganos vuelen detrás, lo que termina por llevar a la muerte a la mayoría de ellos. Solamente los más fuertes consiguen alcanzarla (cerca de 8 o 10). Todos estos logran fecundar a la nueva reina, después de ello mueren.

Cuando esta nueva reina retorna a la colmena expulsa a la vieja reina que sale junto con aproximadamente 10000 obreras. Estas operarias y la reina saliente formarán una nueva colmena. A partir de la información escogida se plantea la siguiente pregunta:

*¿Cuánto tiempo tardará en formarse esta nueva colmena en condiciones normales, o sea entre 60000 y 80000 obreras?*

Para responder esa pregunta se realizan algunas consideraciones relativas al proceso de nacimiento y muerte de las abejas:

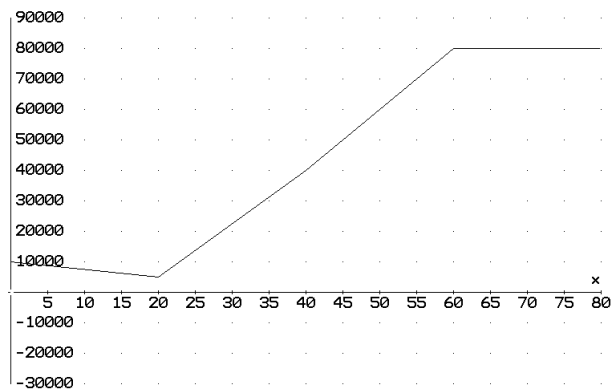
- 10000 obreras (vida media 40 días)
- Una vez puesto el huevo, pasan 21 días para que nazca una abeja.
- La postura media de la reina es de 2000 huevos por día

Juzgando que es necesario en la formación de la colmena que haya suficientes en cada fase de vida, se propone trabajar bajo dos hipótesis.

**Hipótesis 1:** *las edades de las abejas están equidistribuidas.*

Trabajando bajo Hipótesis 1 se llega al siguiente modelo:

$$A_n = \begin{cases} 10000 - 250 \cdot n & \text{si } 0 \leq n \leq 20 \\ 1750 \cdot n - 30000 & \text{si } 20 < n \leq 40 \\ 2000 \cdot n - 40000 & \text{si } 40 < n \leq 60 \\ 80000 & \text{si } n > 60 \end{cases}$$



**Hipótesis 2:** *la mortalidad de las abejas es proporcional a la cantidad de abejas que se tiene en cada instante.*

La tasa de mortalidad<sup>64</sup> diaria de la población es de 1/ 40, esto es la proporción de abejas que mueren por día es de 1/ 40 y en consecuencia la proporción de abejas que viven ese días es de 1 – 1/ 40.

---

64 Si bien en los textos originales no se discute sobre el sentido de tasa de mortalidad, se puede asumir que, por un lado la **mortalidad** es un término demográfico que designa un número proporcional de muertes en una población y tiempo determinado y por otro lado que la **tasa** es un coeficiente que expresa la relación entre la cantidad y la frecuencia de un fenómeno o un grupo de fenómenos. Se utiliza para indicar la presencia de una situación que no puede ser medida en forma directa. Esta razón se utiliza en ámbitos variados, como la demografía o la economía, donde se hace referencia a la tasa de interés considerada como:



Bajo la hipótesis 2 surge el siguiente modelo:

$$A_n = \begin{cases} (0,975)^n A_0 & \text{si } n \leq 21 \\ B \cdot 0,975^n + 80000 & \text{si } n > 21 \end{cases}$$

$B > 0$     y     $B \approx -122000$

